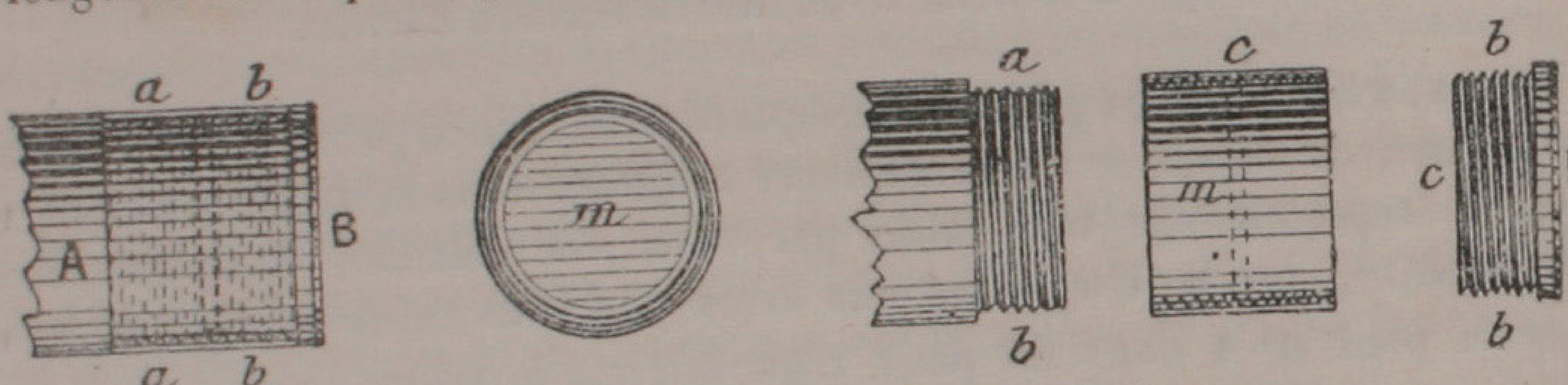
les vibrations par l'effet des courants induits que le mouvement de l'aimant développe dans sa masse (*Weber*) ;

2° Munir l'aimant d'une lame légère qui se meut dans l'eau ou dans l'air et s'oppose aux mouvements brusques;

3° Donner à l'aiguille une masse très faible, une aimantation énergique et employer une force directrice très grande (appliqué dans le *Dead-beat Speaking Galvanometer* de *sir W. Thomson*, et les galvanomètres industriels de M. *Deprez* et de MM. *Ayrton* et *Perry*.

Galvanomètre dead-beat ou **apériodique à réflexion de sir W. Thomson.** — Les nombreuses oscillations du miroir dans les galvanomètres ordinaires font souvent perdre un temps précieux dans les mesures. Le galvanomètre apériodique de sir W. Thomson évite cet inconvénient. C'est une modification du galvanomètre à réflexion ordinaire non astatique. Le centre de la bobine est occupé par un tube en laiton A de longueur telle que la partie *a b* se trouve au milieu de sa longueur. Le



Galvanomètre apériodique à réflexion de sir W. Thomson.

tube A est fermé par une petite glace; il porte un filet de vis sur lequel se visse une bague *c*, dans laquelle vient se visser une troisième partie du tube fermée aussi par une glace, de façon à former une chambre d'air complètement fermée. Au milieu du tube *c* se trouve un miroir *m* portant une petite aiguille aimantée. Le miroir est presque du même diamètre que le tube, ayant juste la place nécessaire à son déplacement, il est suspendu par un fil de cocon extrêmement court. L'espace *a b* fermé par les petites glaces est juste assez grand pour permettre au miroir de fournir une bonne déviation sur l'échelle.

Par cette disposition, on empêche tout mouvement violent du miroir sous l'action du courant : au lieu de dépasser le point et de revenir en arrière, le rayon arrive lentement à sa vraie position et s'y arrête sans la dépasser. Lorsqu'on interrompt le courant, le rayon revient lentement au zéro. Le fil de suspension étant très court, le miroir ne se meut pas aussi librement que dans le galvanomètre ordinaire, sa sensibilité n'est donc pas aussi grande, mais elle est cependant suffisante dans la plupart des cas. Il est facile de remplacer le cocon lorsqu'il est brisé. Une des extrémités du cocon étant fixée au miroir, on passe l'autre extrémité dans un petit trou pratiqué sur *c*, et on tend le cocon jusqu'à ce que le miroir soit suspendu et ne touche pas les côtés. On applique alors une goutte de vernis sur le trou, qui se trouve ainsi bouché en même temps que le cocon se trouve fixé (*Kempe*).

Galvanomètre apériodique de M. Marcel Deprez. — Aiguille très légère en fer doux, placée entre les pôles d'un aimant en fer à cheval puissant, index en paille, en crin ou en aluminium ; deux bobines (fil gros ou fin, suivant les intensités à mesurer) placées de chaque côté de l'aiguille produisent sa déviation. La loi qui relie les intensités aux déviations est une fonction dont l'expression mathématique est inconnue. Dans certaines dispositions, on amplifie les déviations de l'aiguille par une transmission avec poulie et cordelette.

Galvanomètre apériodique de MM. Ayrton et Perry. — Analogue à l'appareil précédent, mais les formes des bobines et de l'aimant sont calculées pour que, dans un angle de 40° environ, les déviations soient proportionnelles aux intensités.

Galvanomètre apériodique de MM. Deprez et d'Arsonval. — Destiné aux mesures de courants très faibles. Cadre galvanométrique suspendu entre les branches d'un électro-aimant vertical en fer à cheval suspendu entre deux fils de platine qui lui amènent le courant et forment un couple élastique de torsion. Un tube de fer placé à l'intérieur du cadre, entre les branches de l'aimant, concentre le champ magnétique. Les lectures se font avec le système de la lampe échelle et miroir de sir W. Thomson (p. 72). Lorsque les bornes sont réunies par un court circuit, l'appareil revient au zéro sans oscillation; cette propriété rend l'appareil très précieux dans les méthodes de réduction à zéro. Il accuse très nettement un courant de un dixième de micro-ampère. Il prend également très rapidement sa position d'équilibre en le shuntant avec une rés. égale à sa propre résistance, mais on réduit sa sensibilité de moitié.

Galvanomètre de torsion de MM. Siemens et Halske. — Destiné aux usages industriels. Il se compose d'un aimant à cloche en forme de dé à coudre fendu longitudinalement suivant deux génératrices diamétralement opposées, dont les pôles sont constitués par les deux moitiés ainsi formées. Cet aimant, fixé sur un axe vertical, tourne entre deux bobines à fil long et fin traversées par le courant. L'action du courant est équilibrée par un ressort en spirale placé à la partie supérieure. Un élément Daniell produit une torsion de 15°; une bobine de circuit permet de mesurer jusqu'à 100 volts; une table graduée donne le nombre de volts correspondant à chaque angle de torsion.

Ampère-mètre ou **ammètre**. — Nom donné aux appareils industriels étalonnés qui font connaître, *par une lecture directe*, la valeur en *ampères* du courant qui les traverse.

Volt-mètre. — Galvanomètre à fil long et fin qui donne, *par une lecture directe*, la valeur en *volts* de la différence de potentiel des deux points entre lesquels on le branche. En réalité, un volt-mètre mesure aussi l'intensité du courant qui le traverse, mais, lorsque sa résistance est très grande par rapport aux autres parties du circuit, on admet que son introduction en dérivation entre les deux points donnés ne change pas le régime : les différences du potentiel sont alors proportionnelles aux intensités. Il convient de donner une très grande résistance aux *volt-mètres*, pour éviter l'échauffement du fil, qui aurait pour effet de faire donner à l'appareil des indications *trop faibles*. Il est commode, pour éviter cet échauffement, de ne pas faire passer le courant d'une manière *continue;* à cet effet, on dispose sur l'appareil un petit bouton sur lequel on appuie pour fermer le circuit au moment d'effectuer une lecture.

Précautions à prendre dans l'emploi des volt-mètres et des ampère-mètres. — Ces appareils demandent à être vérifiés très souvent, à cause des variations de puissance des aimants. Il est bon de les armer lorsqu'ils ne sont pas en service, mais on doit avoir soin d'enlever l'armature au moment des lectures. Le plus simple est de fixer à l'armature une plaque qui cache la graduation lorsque l'aimant est armé ; tout oubli est ainsi rendu impossible.

Ammètre à ressort de MM. Ayrton et Perry. — Aiguille en fer doux placée presque à angle droit avec l'axe d'une bobine de fil et fixée à un ressort à spirale ; l'action du courant est équilibrée par celle du ressort ; l'on peut obtenir dans un angle de 45° des déviations proportionnelles au courant. L'appareil fonctionne avec des courants alternatifs, et, en réglant la tension des ressorts, on change à volonté l'échelle de ses indications. Avec du fil fin sur la bobine et une graduation spéciale, l'ammètre à ressort devient un volt-mètre.

Nouveaux galvanomètres gradués de sir W. Thomson (1882). — Destinés aux usages industriels. Ils sont caractérisés par un magnétomètre mobile sur une échelle horizontale graduée et un aimant directeur dont le moment magnétique en unités C. G. S. est connu. On fait varier la sensibilité en plaçant ou en retirant l'aimant directeur et en rapprochant ou en éloignant le magnétomètre de la bobine verticale traversée par le courant. Le galv. de potentiel permet de mesurer $\frac{1}{10}$ de volt à 1000 volts sans bobines de circuit, le galv. d'intensité depuis $\frac{1}{100}$

d'ampère jusqu'à 100 ampères sans faire usage de shunts, dont l'exactitude est toujours douteuse. La rés. du premier dépasse 6000 ohms, celle du second est presque nulle. On peut donc les établir sur les circuits à mesurer sans troubler le régime, et obtenir les quantités cherchées en volts et en ampères par une simple opération arithmétique.

Soit H l'intensité horizontale du champ magnétique (avec ou sans aimant) en unités C. G. S., d le nombre de divisions lu sur le cadre, n le nombre lu sur l'échelle de la planchette, E la différence de potentiel aux bornes de l'instrument. Les graduations sont telles que l'on a :

$$E = H \frac{d}{n} \text{ volts.}$$

Dans une série de mesures, on ne déplace pas le magnétomètre, on calcule alors $\frac{H}{n}$ une fois pour toutes, et il suffit de multiplier la déviation d par ce facteur pour avoir E.

Galvanomètre balistique. — Lorsqu'on décharge instantanément une certaine quantité d'électricité dans un galv., si l'air n'oppose pas de résistance au mouvement de l'aiguille la quantité d'électricité qui passe est proportionnelle au sinus de la moitié de l'angle d'oscillation. On diminue la résistance de l'air autant que possible par le galvanomètre balistique. Voici la forme que lui ont donnée MM. *Ayrton* et *Perry :* on prend un des galvanomètres réflecteurs à grande résistance de Thomson, dont les aiguilles sont enlevées et remplacées par la disposition qui suit :

On prépare quarante petits aimants de longueurs variables, et, après les avoir aimantés à saturation, on construit avec eux deux petites sphères, dans chacune desquelles tous les aimants sont dirigés dans le même sens. Les sphères sont complétées par des segments taillés dans une petite balle creuse de plomb. On les réunit toutes les deux par une tige rigide, de manière à former une combinaison astatique, que l'on suspend à la façon habituelle. Avec cet arrangement on obtient une grande sensibilité, et l'air n'oppose qu'une très petite résistance au mouvement des aiguilles.

La limite extrême de l'oscillation s'appelle *élongation.*

Correction approchée pour la résistance de l'air. — Soit α' la valeur de la première élongation, α'' la valeur de la seconde élongation du même côté du zéro, la valeur approchée de l'arc d'impulsion α qu'on aurait obtenu sans la résistance de l'air est :

$$\alpha = \alpha' + \frac{\alpha' - \alpha''}{4}.$$

SHUNTS ET BOBINES DE CIRCUIT

Shuntage ou **dérivation des galvanomètres.** — On désigne sous le nom de *shunt* une dérivation établie entre les bornes d'un galvanomètre pour en réduire la sensibilité dans une certaine proportion, déterminée à l'avance, et ramener ses déviations dans les limites de la graduation. Pour réduire le courant au $\frac{1}{n}$ de sa valeur, la résistance du shunt S doit être :

$$S = \frac{G}{n-1}.$$

Ordinairement les galvanomètres sont munis d'une boîte de shunts, au nombre de trois, qui ont pour effet de réduire la sensibilité au $\frac{1}{10}$, au $\frac{1}{100}$ et au $\frac{1}{1000}$, et dont les valeurs respectives sont :

$$\frac{G}{9}; \quad \frac{G}{99}; \quad \frac{G}{999}.$$

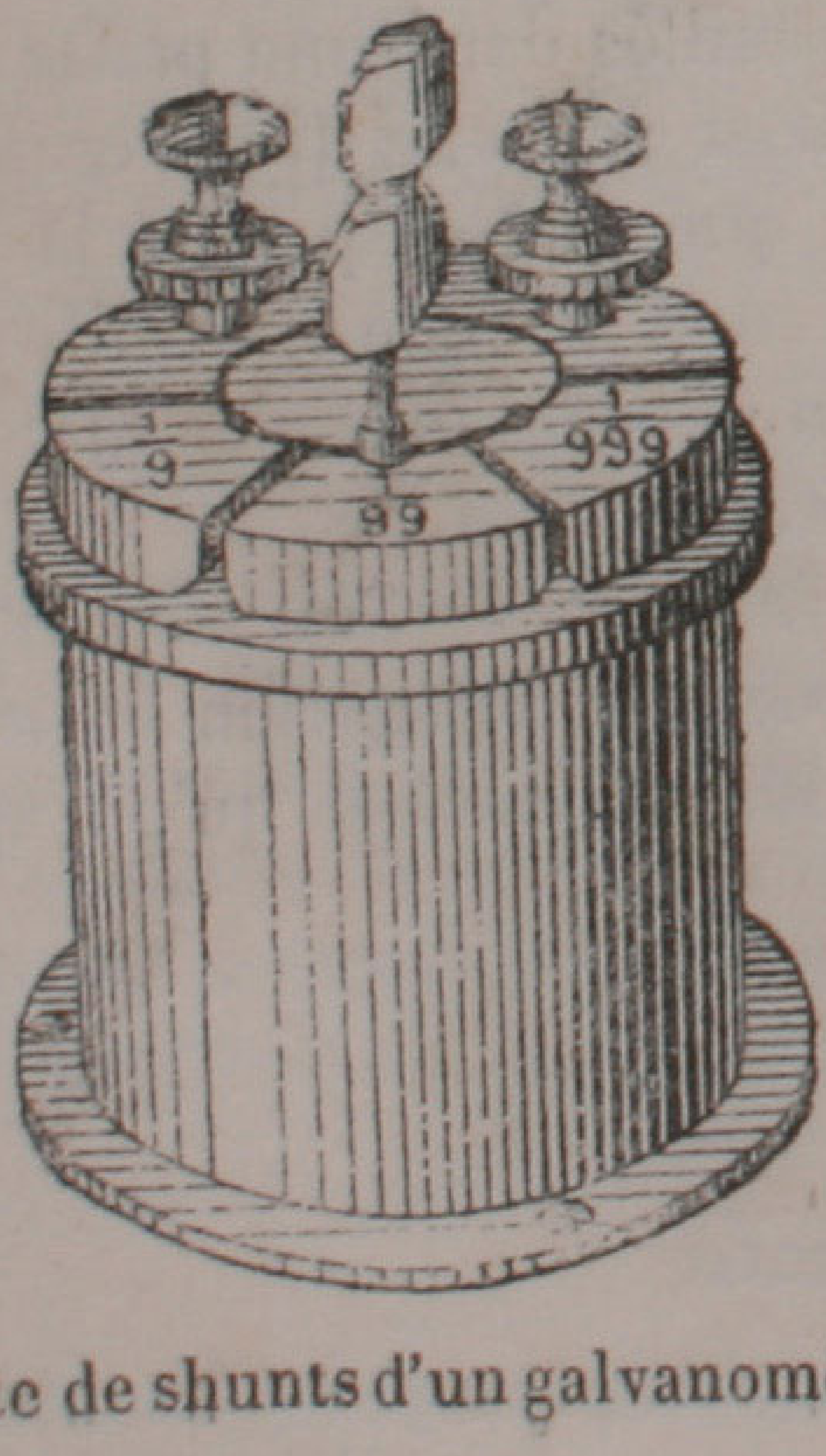
Les shunts sont réunis dans une boîte à part. La figure ci-dessous montre la disposition employée d'ordinaire.

Pouvoir multiplicateur du shunt. — On désigne sous ce nom le rapport du courant qui traverse le galvanomètre sans shunt à celui qui traverse le galv. avec shunt, en le désignant par m :

$$m = \frac{G+S}{S}.$$

Résistance d'un galvanomètre shunté. — En la désignant par G_1, la loi des courants dérivés donne :

$$G_1 = \frac{GS}{G+S}.$$



Boîte de shunts d'un galvanomètre.

Lorsqu'un galvanomètre est shunté, c'est toujours la valeur G_1 qui intervient dans les calculs si l'on n'emploie pas de rés. de compensation.

Résistance de compensation. — Lorsqu'on shunte un galvanomètre, sa résistance diminue, il en résulte une augmentation de l'intensité du courant. Pour ramener le courant à sa valeur primitive, il faut ajouter dans le circuit une résistance qu'on appelle *résistance de compensation* et dont la valeur R_c est donnée par la formule :

$$R_c = G\frac{n-1}{n} = \frac{G^2}{G+S}.$$

Un galvanomètre de résistance G avec son shunt et sa résistance de compensation peut être considéré comme un galvanomètre dont la résistance est la même, mais d'une sensibilité moins grande.

Constante d'un galvanomètre. — C'est la déviation produite par un élément Daniell dans un circuit dont la résistance totale égale 1 megohm. En shuntant le galvanomètre au $\frac{1}{n}$, si r est la résistance intérieure de l'élément Daniell, G_1 celle du galvanomètre shunté, et R une résistance intercalée dans le circuit, telle que :

$$r + G_1 + R = \frac{1\,000\,000}{n},$$

la déviation du galvanomètre sera la constante[1].

Formule de mérite d'un galvanomètre. — C'est la résistance du circuit qui, avec un élément Daniell, produit l'unité de déviation sur l'échelle divisée du galvanomètre.

On forme un circuit d'un élément Daniell de résistance r, un rhéostat R, un galvanomètre G et son shunt S, on obtient une déviation de d divisions. La résistance du galvanomètre shunté est G_1.

$$G_1 = \frac{GS}{G+S},$$

et le pouvoir multiplicateur m de la dérivation est : $m = \frac{S+G}{S}$.

$$\textit{Formule de mérite} = md\,(r + R + G_1).$$

La formule de mérite est d'autant plus grande que le galvanomètre est plus sensible.

Maximum de sensibilité. — Avec un galvanomètre des tangentes, le maximum de sensibilité est à 45°. Dans les mesures par la méthode

[1] Il serait plus scientifique et plus pratique de définir la *constante* d'un galvanomètre par la déviation produite par un courant d'un micro-ampère. Le calcul des intensités serait très simplifié par ce moyen, surtout avec les galv. des tang., dont les tang. des déviations sont proportionnelles aux intensités.

d'*égale déviation*, il faudra donc amener la déviation vers cette valeur de 45^0. Dans les méthodes de *demi-déviation*, les meilleurs angles à employer sont : $35^0\ 1/2$ et 55^0, angles pour lesquels les tangentes et par suite les intensités du courant sont doubles l'une de l'autre. Pour un galvanomètre quelconque, il est bon de marquer sur l'instrument cet angle de maximum de sensibilité.

Théorème de sensibilité. (*R. V. Picou*). — La relation entre une action physique y et la lecture sur une échelle graduée x qui la mesure peut s'écrire sous la forme générale :

$$y = Af(x),$$

A étant une constante et $f(x)$ une fonction qui dépend de la théorie mathématique de l'appareil.

La *sensibilité* de l'appareil S est égale à chaque instant au rapport de $f(x)$ à sa dérivée $f'(x)$:

$$S = \frac{f(x)}{f'(x)} = \frac{y}{y'}.$$

On aura le *point maximum* de sensibilité en étudiant la fonction S, et particulièrement en cherchant la valeur de x qui annule la dérivée de la fonction S. Ce théorème appliqué au galvanomètre des tangentes indique que la sensibilité maximum est à 45^0. Pour le galvanomètre des sinus, la sensibilité croît indéfiniment ; le maximum est à 90^0.

Bobines de circuit. — Ces bobines se placent sur le circuit d'un volt-mètre étalonné pour accroître le champ de ses indications. Elles ont en général une résistance égale à 1, 2, 3... n fois celle du volt-mètre, auquel elles se rapportent ; il faut alors multiplier par 2, 3, 4... $n + 1$ les lectures faites sur l'appareil pour avoir la valeur de la quantité mesurée. La sensibilité diminue proportionnellement au nombre de bobines introduites. Ces résistances et le fil du galvanomètre ne doivent jamais chauffer, ce qui réduirait la déviation, par suite de l'augmentation de rés. produit par cet échauffement.

Calibrage d'un galvanomètre. — Opération qui consiste à tracer une graduation proportionnelle aux intensités du courant qui traverse le galvanomètre. Avec les galvanomètres des tangentes ou des sinus, ce calibrage est inutile. Il sert seulement pour les appareils dont la loi de déviation est inconnue.

Avec un galvanomètre donné de résistance G, voici comment on opère :

On dresse d'abord une table des shunts du galvanomètre $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, etc., et des résistances de compensation correspondantes. On forme ensuite un circuit composé du galvanomètre, d'une pile et d'une boîte de résistance. On insère d'abord le shunt $\frac{1}{2}$ et la résistance de compensation correspondante. On ajoute ensuite une résistance suffisante pour amener la déviation à une valeur convenable, 1^0 par exemple. On enlève alors le shunt et la résistance de compensation ; le courant qui traverse le galvanomètre se trouve doublé ; la déviation obtenue correspond à une intensité *double*. On introduit le shunt $\frac{1}{3}$ et sa résistance de compensation, on réajuste la boîte pour ramener la déviation à la valeur 1 ou 1^0. On retire le shunt et sa résistance de compensation, le courant se trouve triplé, la déviation obtenue correspond à une intensité *triple* et ainsi de suite. On note ces déviations sur le galvanomètre lui-même ou sur une table de réduction.

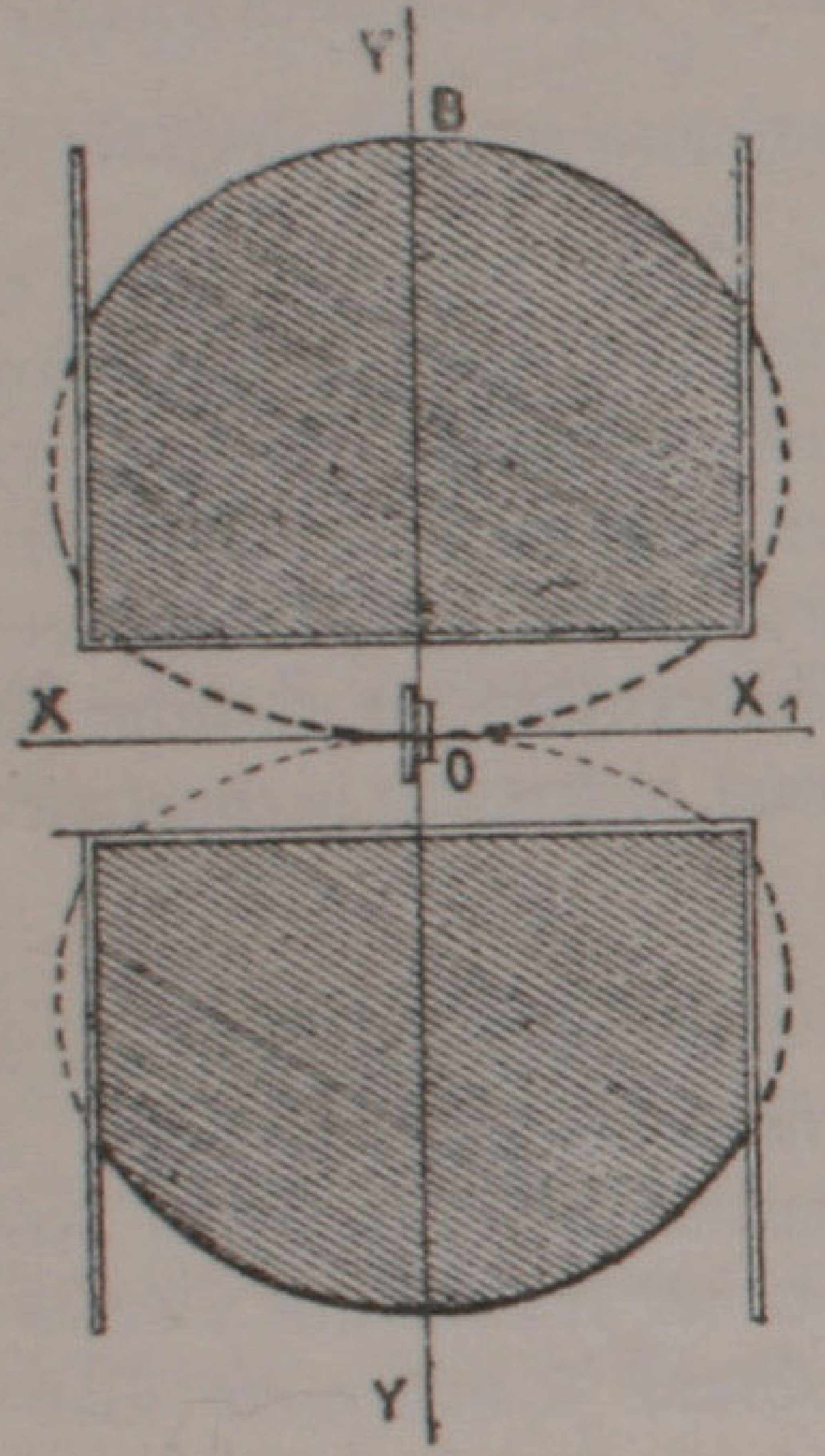
Pour ramener les déviations dans les limites de l'échelle, on peut insérer une résistance dans le circuit, shunter le galvanomètre ou shunter la pile, mais cette dernière méthode gaspille le courant et trouble la constance de la pile.

Étalonnage d'un galvanomètre. — Opération qui consiste à marquer sur une graduation les intensités en ampères correspondant à chaque déviation. S'emploie surtout pour les appareils industriels. Les méthodes varient à l'infini. L'une d'elles, fondée sur les actions électrolytiques, consiste à faire traverser un courant donné à une cuve électrolytique et au galvanomètre à étalonner pendant un certain temps t (secondes), en maintenant la déviation constante pendant l'expérience. La quantité d'électricité Q (en coulombs) qui a traversé la cuve et le galvanomètre, déduite de l'action chimique, permet de calculer I par la relation :

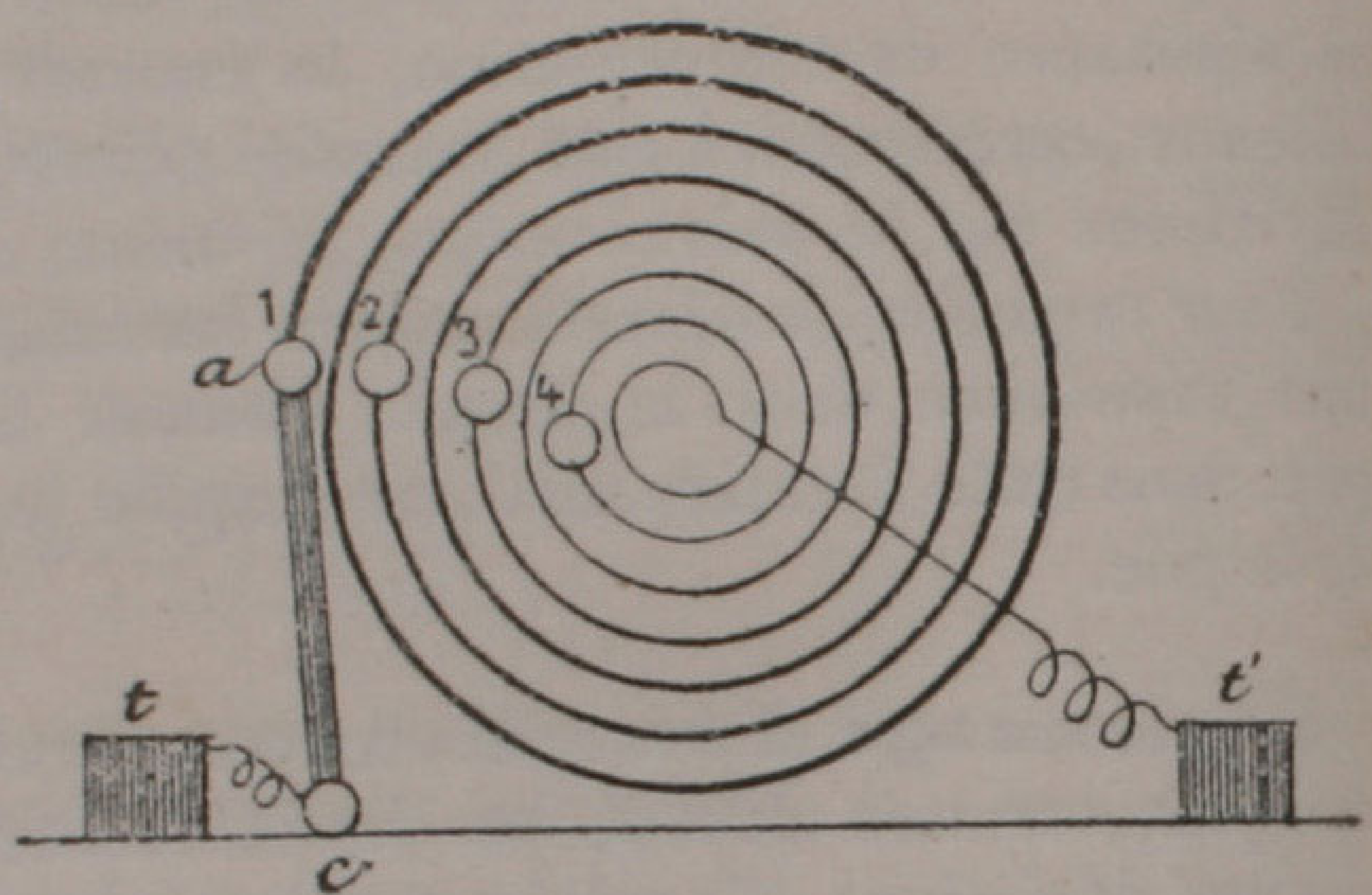
$$I = \frac{Q}{t} \text{ ampères.}$$

Une autre méthode consiste à introduire dans le circuit du galvanomètre une résistance R parfaitement fixe et connue. On mesure, par une méthode quelconque, la différence de potentiel entre les deux extrémités de cette résistance, et on en déduit I par la formule de Ohm. Il est très utile de vérifier souvent l'étalonnage d'un galvanomètre qui peut varier à chaque instant, par l'action de causes extérieures ou intérieures. Cette vérification se fait par les mêmes méthodes que l'étalonnage.

Grosseur et résistance des fils des galvanomètres. Forme des bobines. — Pour des courants intenses, on emploie souvent un seul tour de gros fil. Pour les courants thermo-électriques il suffit de 20 à 30 tours de fil de 1 millimètre de diamètre ; la résistance est de $\frac{1}{4}$ d'ohm. Les galvanomètres à grande résistance, Thomson, etc., ont de 5000 à 10 000 ohms de résistance. Le diamètre du fil ne dépasse pas 1 à 2 dixièmes de millimètre et sa longueur atteint 4000 mètres. Certains galvanomètres roulés avec du fil d'argent allemand ont jusqu'à 50 000 ohms de résistance ; ils donnent cependant, avec un seul élément Daniell et



Forme de la bobine dans le galvanomètre à miroir.



Galvanomètre gradué.

20 megohms dans le circuit, une déviation de 200 divisions de l'échelle. L'emploi de l'argent allemand est bon, surtout dans les galvanomètres différentiels, à cause de la faible variation de résistance produite par les changements de température. La résistance est toujours nuisible, mais il est impossible de faire un grand nombre de tours de fil dans un petit espace sans une grande résistance. Il faut éviter tout contact entre les fils, ce qui supprimerait l'action de toute la partie intercalée entre les points de contact. Une mauvaise isolation du fil trouble la valeur réelle des shunts et rend l'instrument impropre aux mesures exactes. Le fil de cuivre doit être soigneusement recouvert de soie blanche et bien séché avant l'enroulement. Après l'enroulement de quelques tours, la bobine doit être séchée de nouveau et plongée dans de la paraffine pure fondue. La résistance du fil roulé doit être souvent comparée à la résistance calculée.

Pour une longueur et une grosseur de fil données il y a une *forme* spéciale de bobine donnant l'effet maximum. Sir W. Thomson a calculé cette forme pour le galvanomètre à miroir. La section transversale de cette forme est donnée par l'équation :

$$x^2 = (a^2 y)^{\frac{2}{3}} - y^2,$$

x, ordonnée mesurée dans une direction parallèle à l'axe de la bobine ; a, distance OB ; O, l'origine des coordonnées, et centre de la bobine. La figure ci-contre montre la courbe théorique et la forme pratique. Une partie du fil doit être nécessairement enlevée au centre pour laisser place à l'aimant.

La *grosseur* du fil ne doit pas être la même pour toutes les couches, la section doit augmenter proportionnellement au diamètre en chaque point pour donner les meilleurs résultats. En pratique il suffit d'employer trois ou quatre grosseurs différentes. Dans le galvanomètre *gradué* de sir W. Thomson, on peut utiliser 1, 2, 3 ou 4 parties du fil, suivant les besoins, en faisant les liaisons nécessaires à l'aide d'une clef *ac*, mobile autour du point *c*.

Mesure d'un courant en unités C. G. S. par le galvanomètre des tangentes. — Soit un galvanomètre à cadre circulaire dont l'aiguille est assez courte pour que les tangentes des angles de déviation soient proportionnelles aux intensités :

r rayon du cadre en centimètres ;
n nombre de tours du fil;
H composante horizontale du magnétisme terrestre (en dynes);
I intensité du courant en unités C. G. S.;
δ angle de déviation.

On a alors :

$$I = \frac{r}{2\pi n} \text{ H tang. } \delta, \text{ unités C. G. S.}$$

Et comme 1 ampère $= \frac{1}{10}$ unité C. G. S.;

$$I = 10 \frac{r}{2\pi n} \text{ H tang. } \delta = \frac{5r}{\pi n} \text{ H tang. } \delta \text{ ampères.}$$

On nomme quelquefois en Angleterre le rapport $\frac{2\pi n}{r}$ la *constante* du galvanomètre[1].

Comparaison de l'intensité des courants par la mé-

[1] On retrouve ici une fois de plus l'ambiguïté résultant d'expressions mal définies, puisque, en France, la *constante* d'un galvanomètre est la déviation produite par un élément Daniell sur une résistance totale de 1 megohm.

thode des oscillations (*L. Clark*). — S'emploie avec un galvanomètre ou un galvanoscope à une seule aiguille.

Le cadre galvanométrique est placé à angle droit avec le méridien magnétique, on fait osciller l'aiguille et l'on compte le nombre m d'oscillations qu'elle accomplit sous l'action du magnétisme terrestre dans un temps donné, une minute par exemple. On fait passer un courant d'intensité i et l'on note le nombre d'oscillations n pendant le même temps. Avec un autre courant I, on compte le nombre d'oscillations N.

On a alors la relation :

$$\frac{I}{i} = \frac{N^2 - m^2}{n^2 - m^2}.$$

Si la composante horizontale H est connue, les deux premières expériences suffisent et l'on a :

$$I = \frac{N^2 - m^2}{m^2} H.$$

Mesure indirecte de l'intensité d'un courant. — 1° *Par la formule de Ohm.* On mesure, par une méthode quelconque, la différence de potentiel E entre deux points du circuit séparés par une résistance R connue, et l'on applique la formule de Ohm :

$$I = \frac{E}{R}.$$

La méthode convient surtout pour la mesure des courants très intenses qui ne permettent pas d'intercaler directement un galvanomètre dans le circuit.

2° *Par le voltamètre.* On fait traverser au courant à mesurer un voltamètre ou une cuve électrolytique convenable pendant n secondes. On pèse le dépôt et l'on calcule, par les équivalents électro-chimiques, le nombre de coulombs Q correspondant. L'intensité I est alors donnée par la formule :

$$I = \frac{Q}{n}.$$

II. — ÉLECTRO-DYNAMOMÈTRES

Les *électro-dynamomètres* sont fondés sur les attractions et les répulsions mutuelles des courants. Ils donnent des indications proportionnelles au carré de l'intensité des courants et, par conséquent, indépendantes du sens de ces courants ; ils conviennent donc aux mesures des *courants alternatifs*. Ne renfermant pas d'aimants, il est facile de rendre leurs indications indépendantes du magnétisme terrestre.

Électro-dynamomètre de Weber. — Se compose d'une bobine fixe et d'une bobine mobile intérieure concentrique dont l'axe est à angle droit avec celui de la bobine fixe : la bobine mobile est supportée par une suspension bifilaire. Les fils du bifilaire amènent le courant à la bobine mobile et sa torsion équilibre l'action mutuelle des bobines; la déviation se lit par la méthode de la lampe échelle et miroir.

Électro-dynamomètre de Joule. — La bobine mobile est suspendue à un fléau de balance : elle occupe une position horizontale et peut se mouvoir verticalement. La bobine fixe est au-dessous; les plans des spires des deux bobines sont parallèles. La force qui s'exerce entre les deux bobines est alors mesurée par le poids qu'il faut ajouter ou enlever au plateau suspendu à l'autre bout du fléau et faisant équilibre à la bobine mobile.

Électro-dynamomètre de MM. Siemens et Halske. — Appareil destiné aux usages industriels. L'action du courant est équilibrée par la torsion d'un ressort en spirale. Il se compose d'un cadre fixe et d'un cadre mobile extérieur au cadre fixe ne faisant qu'*un seul tour;* l'action directrice de la terre sur le cadre mobile est alors absolument négligeable, celle du cadre fixe est proportionnelle au nombre de tours de fil. On ramène pour chaque mesure les deux cadres dans une position rectangulaire, et l'angle de torsion, qui peut atteindre 270°, mesure le courant. La sensibilité croît avec l'intensité, puisque les torsions sont proportionnelles aux *carrés* des intensités. L'appareil le plus complet porte deux cadres fixes. L'un des cadres, formé de gros fil, sert pour les courants de 10 à 60 ampères, le second cadre pour les courants de 1/2 à 10 ampères seulement.

III. — VOLTAMÈTRES

La mesure de l'intensité des courants par le voltamètre a reçu jusqu'ici peu d'applications. La méthode est fondée sur la loi de Faraday. On fait passer un courant d'intensité I inconnue mais constante pendant t secondes dans un voltamètre à gaz ou une cuve électrolytique. On mesure le volume de gaz dégagé, ou l'on pèse le dépôt produit par le passage du courant; par les équivalents électro-chimiques, on calcule la quantité d'électricité Q (en coulombs) qui a traversé le voltamètre, et l'on en tire alors la valeur de I :

$$I = \frac{Q}{t} \text{ ampères.}$$

Cette méthode est employée surtout pour l'étalonnage des galvanomètres (voyez Mesure des quantités d'électricité).

MESURE DES RÉSISTANCES

Les méthodes de mesure des résistances sont très nombreuses et varient avec la nature des appareils dont on dispose, la précision qu'on veut obtenir et la nature des résistances à mesurer. Nous indiquerons ici les plus simples et les plus employées.

RÉSISTANCE DES CONDUCTEURS

Méthode de substitution. — On dispose en circuit une pile sans polarisation, un galvanomètre G et la résistance x à mesurer. On note la déviation et l'on substitue ensuite à x une boîte de résistance R; on débouche la boîte jusqu'à ce que la déviation reprenne sa valeur primitive. On a alors $x = R$. L'exactitude dépend de la sensibilité du galvanomètre, de l'exactitude de la boîte et de la constance de la pile.

Mesure par addition à un circuit connu. — Un circuit de résistance totale R, formé d'une pile, d'un galvanomètre et d'une boîte de résistance, donne une déviation δ[1]; on intercale la résistance à mesurer x, la déviation devient δ', on a alors :

$$\frac{\delta}{\delta'} = \frac{R + x}{R},$$

d'où l'on tire :

$$x = \frac{\delta - \delta'}{\delta'} R.$$

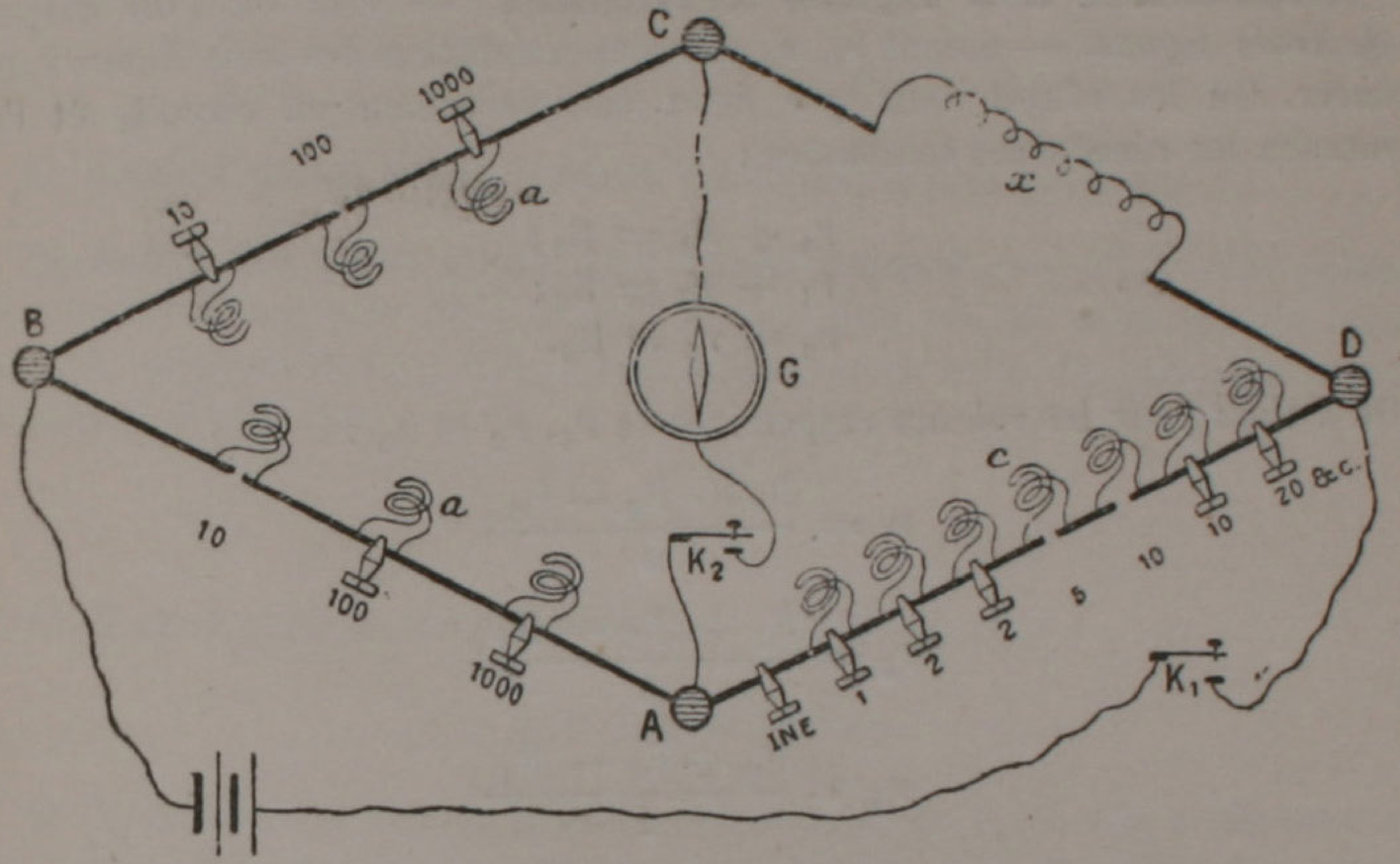
La méthode exige l'emploi d'un galvanomètre gradué et d'une pile constante.

Pont de Wheatstone. — La forme la plus commode pour les résistances ordinaires est la boîte du Post-Office de Londres. Lorsqu'on a débouché les résistances convenables entre AB et BC, on presse la clef de la pile, on débouche les résistances dans la boîte qui correspondent à peu près à l'équilibre, et on presse la clef de gauche correspondant au galvanomètre; on ajoute ou l'on retire des clefs, suivant les cas, jusqu'à ce que l'aiguille du galvanomètre reste au zéro. Si le galvanomètre est très sensible, il faut, en commençant, le shunter et donner des coups rapides sur la clef pour ne pas risquer de briser le fil de suspension; lorsque l'équilibre est obtenu d'une manière plus précise, on peut enlever le shunt du galvanomètre et fermer le circuit pendant un temps plus long.

[1] Il est bien entendu que δ et δ' ne sont pas les angles de déviation du galv., mais les intensités correspondantes exprimées dans une unité arbitraire.

La figure ci-dessous montre la disposition des circuits : K_1 est la clef de pile (clef de droite de la boîte), K_2 la clef du galvanomètre (clef de gauche), x la rés. à mesurer, et AD la boîte.

Suivant la résistance du galvanomètre et la valeur de la résistance à mesurer, il faut adopter des dispositions différentes pour les rapports des bras de proportion, ou mettre le galvanomètre à la place de la pile et la pile à la place du galvanomètre.



Pont de Wheatstone appliqué à la mesure des résistances.

Résistance du galvanomètre pour le maximum de sensibilité. — (*Schwendler*). — La résistance G du galvanomètre qui donne la plus grande sensibilité pour une pile donnée est :

$$G = \frac{(a+b)(c+x)}{a+b+c+x}.$$

Cette formule permet, lorsqu'on connaît l'échelle des résistances à mesurer, de faire choix d'un galvanomètre approprié.

Mesure de la résistance d'un conducteur relié à la terre. — Le point D du pont est relié à la terre, l'une des extrémités de la rés. x, reliée au point C, l'autre à la terre ainsi qu'un des pôles de la pile. On trouve en général deux valeurs différentes R′ et R″, suivant que l'on emploie un courant positif ou négatif, à cause de la présence et de l'influence du couple des terres dans la résistance à mesurer. En opérant rapidement, on peut prendre :

$$x = \frac{R' + R''}{2}.$$

La résistance x comprend alors celle du conducteur et la somme des résistances des terres.

Résistance des lignes aériennes. — *Cas où l'on dispose de trois lignes.* — Soient r_1, r_2 et r_3 les résistances des trois lignes à mesurer. On les réunit deux par deux successivement en circuit, et l'on mesure les résistances combinées :

$$r_1 + r_2 = R_1;$$
$$r_1 + r_3 = R_2;$$
$$r_2 + r_3 = R_3.$$

On a alors pour les valeurs respectives de r_1, r_2 et r_3 :

$$r_1 = \frac{R_1 + R_2 - R_3}{2};$$

$$r_2 = \frac{R_1 + R_3 - R_2}{2};$$

$$r_3 = \frac{R_2 + R_3 - R_1}{2}.$$

Ohm-mètre de MM. Ayrton et Perry. — Fondé sur la loi d'Ohm et la mesure de R par le rapport $\frac{E}{I}$. Deux bobines fixes à angle droit agissent sur une même aiguille. Une des bobines, à gros fil, est disposée dans le circuit principal, l'autre, à fil fin, en dérivation entre les deux extrémités de la rés. à mesurer.

En proportionnant convenablement les bobines et l'aiguille, les déviations sont proportionnelles aux résistances, la mesure se réduit à une simple lecture sur un cadran gradué; l'ohm-mètre dispense de l'emploi d'un galv. et de boîtes de rés., et permet les mesures des conducteurs traversés par des courants *à chaud*, sans arrêter les machines.

Boussole de proportion de M. J. Carpentier. — Deux bobines disposées à angle droit, roulées d'un même nombre de tours de fil. Au centre, petite aiguille et miroir. On monte ces bobines en dérivation en intercalant dans le circuit de l'une d'elles une rés. connue, dans le circuit de l'autre la rés. à mesurer x. La déviation de l'aiguille lue au miroir fait connaître directement la résistance.

Mesure de la conductibilité spécifique d'un conducteur[1]. — S'emploie surtout pour le cuivre, dont la conductibilité réelle à 0^0 est représentée par 1. Pour trouver la conductibilité spécifique d'un échantillon donné, on *mesure* la résistance réelle de cet échantillon, et on *calcule*, d'après ses dimensions, la rés. qu'il devrait avoir à la temp. de l'expérience s'il était pur. Soit R_m la rés. mesurée, et R_c la rés. calculée, on a alors :

$$Conductibilit\acute{e} = \frac{R_c}{R_m}.$$

Le nombre donné par la formule est toujours plus petit que 1.

Mesure de très grandes résistances. — 1° On fait passer le courant d'une pile de f. é. m. E dans une rés. x assez grande pour pouvoir négliger devant elle la rés. de la pile et celle du galv.; on a une déviation δ telle que

$$\delta = \frac{E}{x}.$$

Si, d'autre part, la *constante* du galv. est d, on aura :

$$x = E\frac{d}{\delta} \text{ megohms.}$$

2° On établit en circuit n éléments de f. é. m. E, la rés. à mesurer x, et le galv. G. On obtient une certaine déviation δ. On reproduit cette même déviation avec n' éléments et un rhéostat R, en shuntant le galv. au $\frac{1}{m}$. On a alors :

$$x = \frac{n}{n'} mR.$$

Si $\frac{n}{n'} = 100$ et $m = 1000$, $x = 100\,000$ R.

Cette méthode est employée pour la mesure des isolements des lignes télégraphiques.

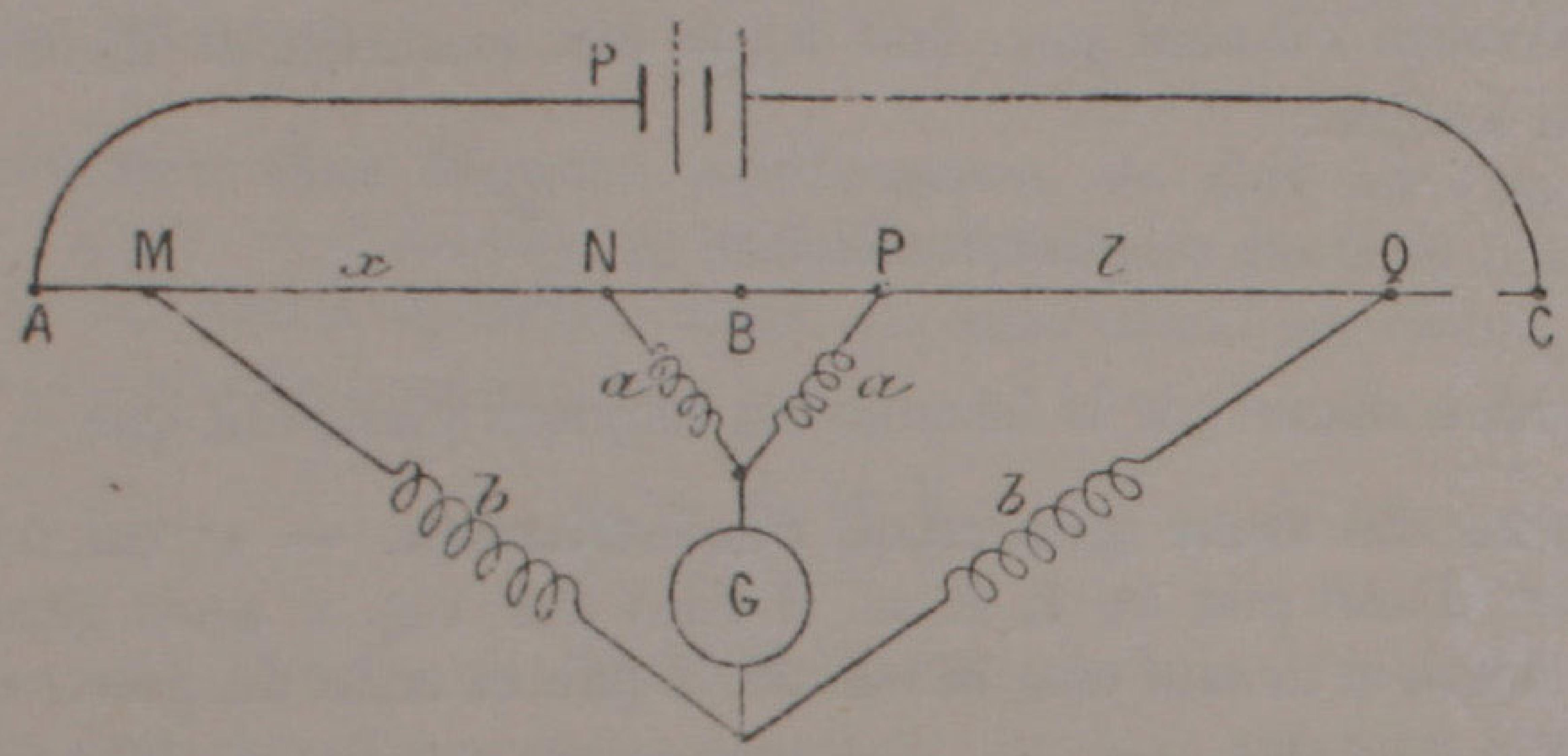
Mesure des très faibles résistances. — Dans ce cas, les mauvais contacts pourraient introduire des erreurs importantes par la méthode ordinaire. On fait alors usage du

Pont de Thomson. — Dans la figure ci-contre, x est la rés. à mesurer entre les points M et N, et l un fil gradué dont la résistance est

[1] On exprime souvent les conductibilités en prenant la conductibilité du cuivre pur comme égale à 100. Dans ce cas, le nombre qui représente la conductibilité doit être multiplié par 100.

connue, a, a, et b, b, quatre résistances égales deux à deux et C un galvanomètre sensible. P est la pile. On déplace les points P et Q jusqu'à ce que le galv. soit au zéro. On a alors :

$$x = l.$$



Mesure des très faibles résistances.

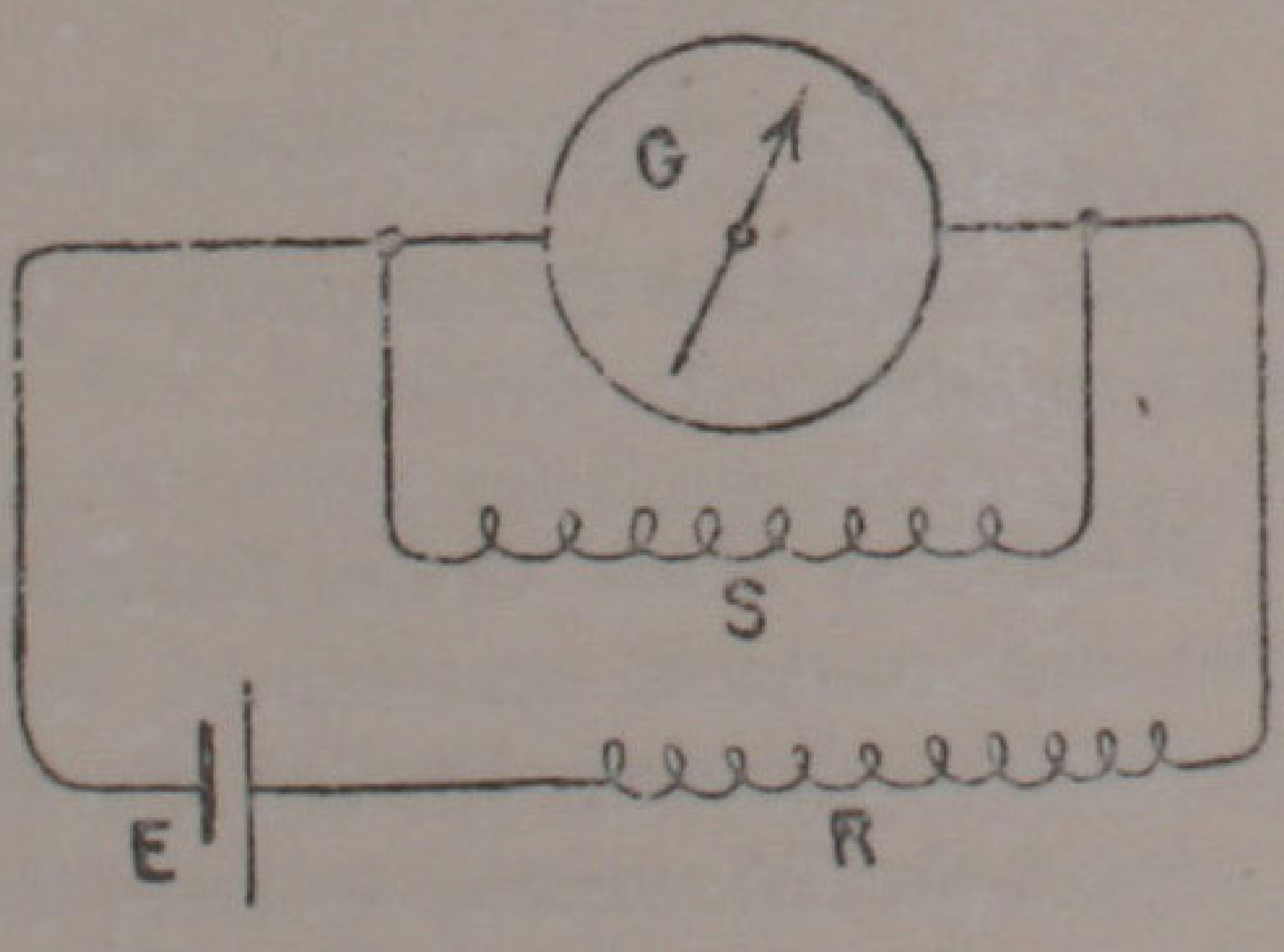
RÉSISTANCE D'UN GALVANOMÈTRE

Méthode de la demi-déviation. — S'emploie avec une pile de faible résistance et non polarisable. On place dans le même circuit une boîte de résistance, la pile et le galv. de rés. G. On introduit dans le circuit une résistance R, et l'on augmente cette résistance jusqu'à une valeur R_1 telle que l'intensité du courant devienne moitié moindre. On a alors :

$$G = R_1 - 2R.$$

La méthode exige l'emploi d'un galvanomètre gradué.

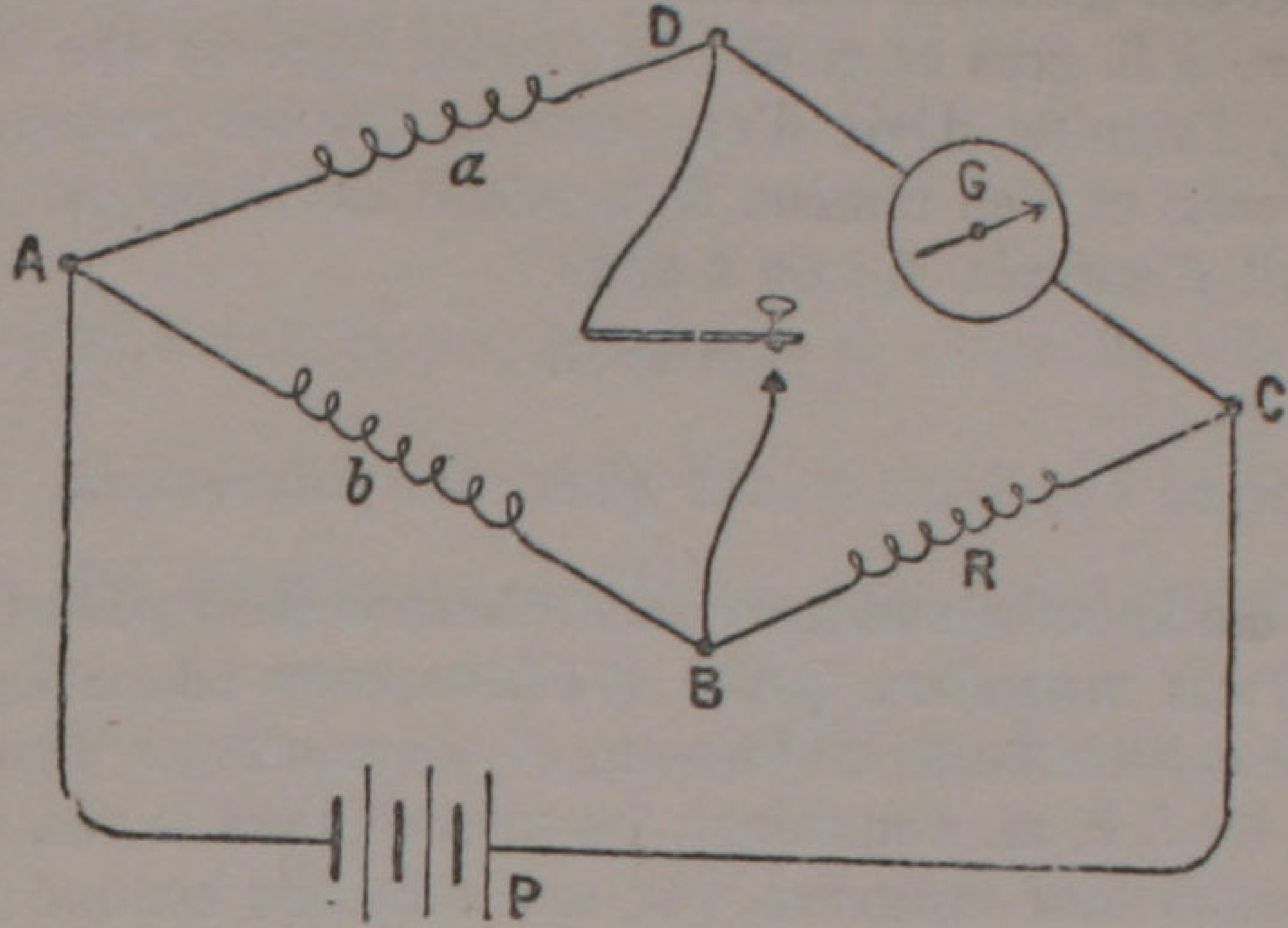
Méthode de l'égale déviation. — Avec une pile de faible résistance sans polarisation et galv. non gradué. On établit le galv. G, la pile E, le shunt S et une boîte de résistance R comme le montre la figure. Une résistance R donne une certaine déviation de G. On retire le shunt et l'on augmente la résistance R jusqu'à une valeur R_1 telle que la déviation soit la même que dans le premier cas. On a alors :



Méthode de l'égale déviation.

$$G = S\left(\frac{R_1 - R}{R}\right).$$

Méthode de sir W. Thomson. — Indépendante de la rés. intérieure de la pile. Établir le montage de la figure ci-dessous et graduer



Méthode de sir W. Thomson.

la boîte de rés. R de telle sorte que la déviation de G. ne change pas en fermant la clef de court-circuit établie entre B et D. On a alors :

$$G = R\frac{a}{b}.$$

RÉSISTANCE INTÉRIEURE DES PILES

Méthode de la demi-déviation. — Applicable aux piles sans polarisation sensible. On place dans le même circuit la pile de résistance inconnue r, un galvanomètre de résistance G et une boîte de résistance.

Une résistance R débouchée donne une déviation α.

On diminue cette résistance jusqu'à ce que la déviation soit 2α, soit R′ la résistance dans la boîte (il faut remplacer α ou 2α par les sinus ou les tangentes correspondants, suivant la nature du galvanomètre employé) :

$$r = R - (2R' + G).$$

Méthode de sir W. Thomson. — Applicable aux piles sans polarisation sensible. On place en circuit la pile de résistance r, le galv. G et une boîte de résistance. On débouche une rés. R convenable pour lecture facile et bonne sensibilité du galv. On place ensuite un shunt de rés. S entre les bornes de la pile et on ramène le galv. à la même déviation en diminuant la rés. dans la boîte jusqu'à une valeur R_1.

$$r = S\frac{R - R_1}{R_1 + G}.$$

Cette méthode peut s'employer avec un galv. sans graduation étalonnée.

Méthode du galvanomètre différentiel (*Latimer Clark*). — Avec un galv. à fil gros et court. Le courant traverse une des bobines de résistance G, l'aiguille dévie d'un angle α. On fait traverser le courant aux deux circuits et l'on ramène à la même déviation par l'introduction dans le circuit d'une rés. R ; on a alors :

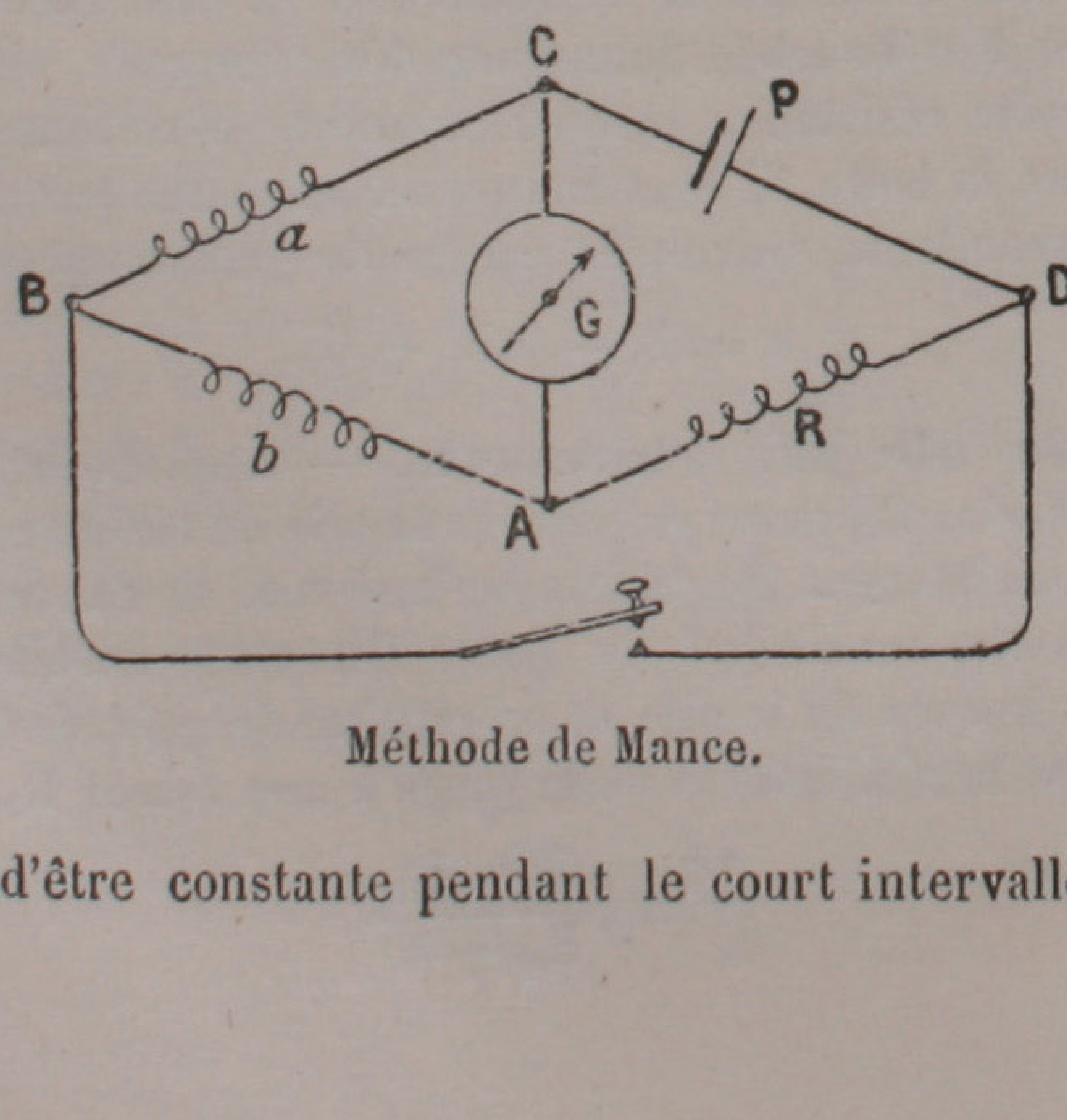
$$r = R.$$

La méthode ne s'applique qu'aux piles sans polarisation.

Mesure de la résistance intérieure des piles lorsqu'on dispose d'un nombre pair d'éléments identiques. — On les groupe en deux circuits en tension, et on monte ces deux circuits *en opposition;* les f. é. m. s'annulent, on mesure alors la rés. totale comme celle d'un conducteur ordinaire, par une méthode connue (substitution, pont de Wheatstone, etc.).

Méthode de l'électromètre, du condensateur ou **du galvanomètre à très grande résistance.** — On branche sur les bornes de la pile en circuit ouvert l'électromètre, le condensateur ou le galv. à grande rés., pour mesurer la différence de potentiel, soit par une méthode de décharge, soit par une lecture directe. On shunte ensuite avec une rés. étalonnée jusqu'à diminuer la différence de potentiel de moitié. La rés. du shunt est alors égale à celle de la pile. Applicable seulement aux piles sans polarisation.

Méthode de Mance. — L'une des meilleures, car elle ne demande



Méthode de Mance.

à la pile que d'être constante pendant le court intervalle d'abaissement de la clef.

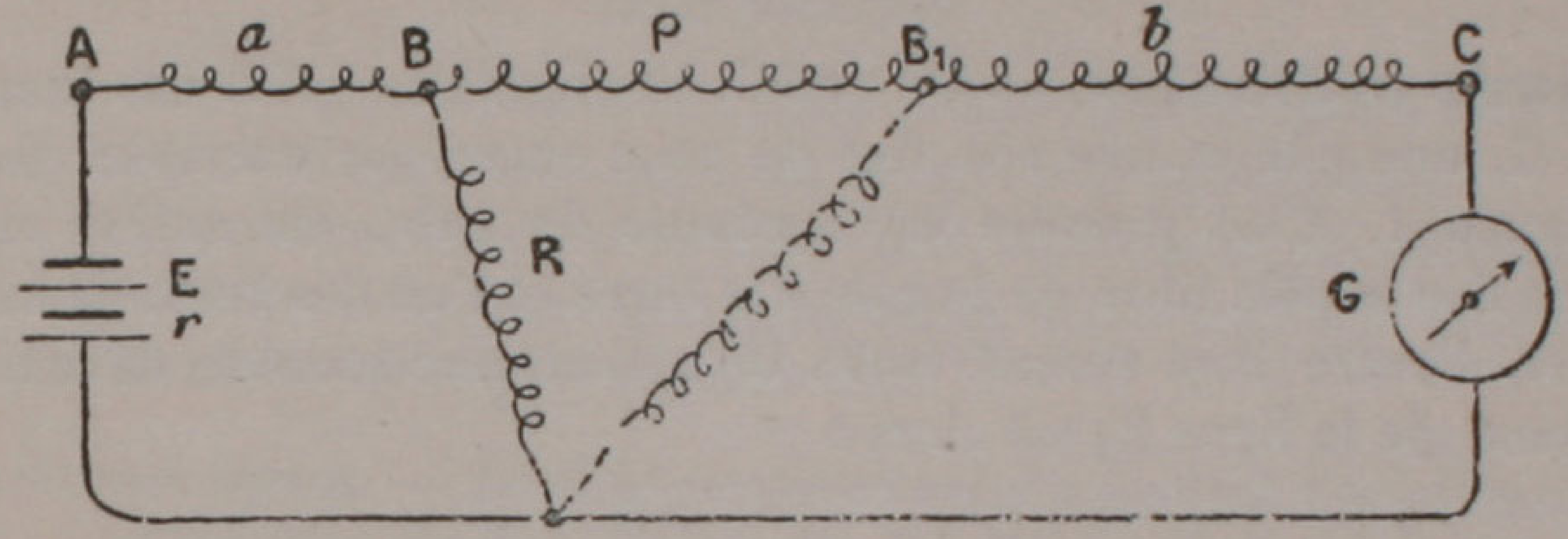
Le pont de Wheatstone étant disposé comme le représente la figure ci-contre, avec une clef de *court-circuit* entre B et D, on ajuste le bras AD pour qu'en pressant la clef la déviation du galv. ne change pas. On en tire :

$$r = R\frac{a}{b}.$$

Si les bras a et b sont égaux, la formule se simplifie et devient :

$$r = R.$$

Méthode de Siemens. — Emploi d'un rhéostat continu ou d'une



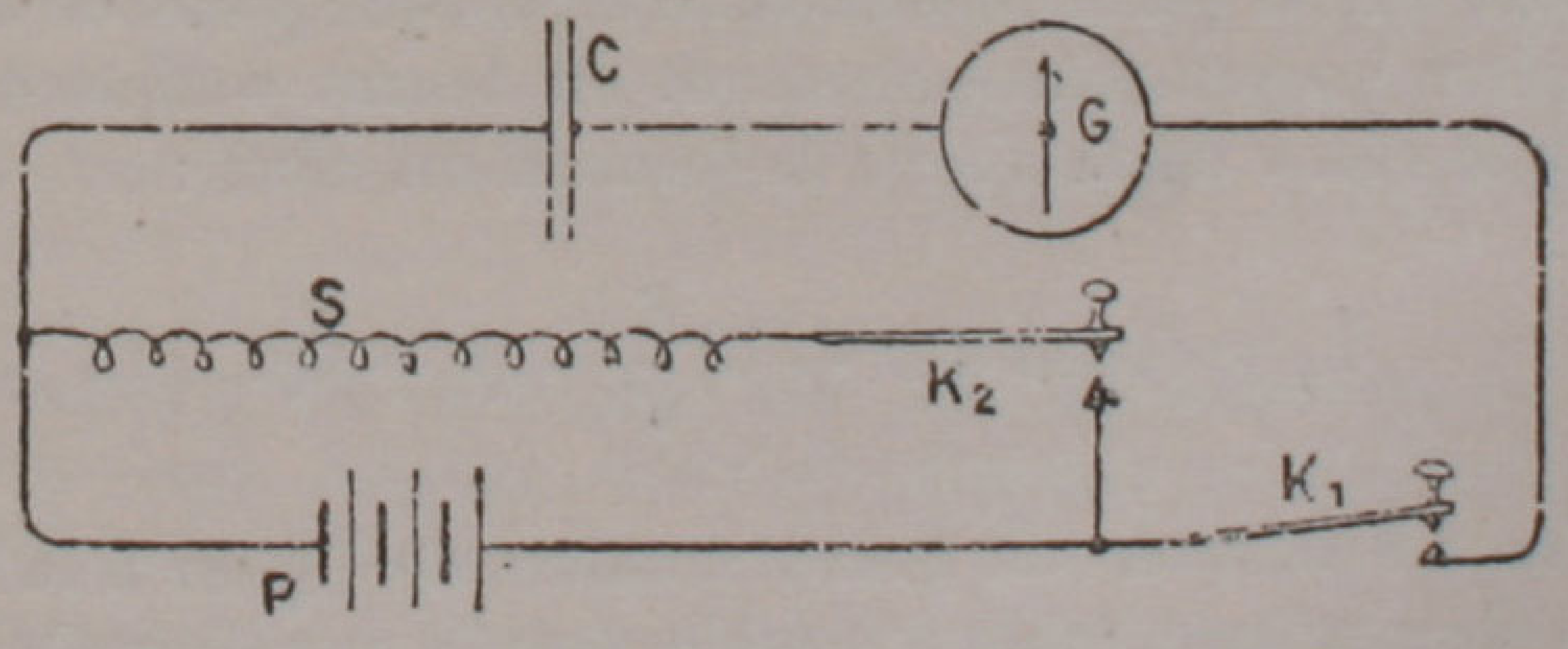
Méthode de Siemens.

boîte de rés. à contact glissant. Il faut trouver deux points B, B_1, sur la rés. AC, tels que la déviation de G ne change pas. Dans ce cas, on a :

$$r = G + b - a.$$

Le galv. doit être moins résistant que la pile et assez sensible pour que l'on puisse faire R assez petit sans trop réduire la déviation.

Méthode de Munro. — P est la pile dont on veut connaître r ; C,



Méthode de Munro.

un condensateur de 1/3 à 1 microfarad ; S, un shunt ; G, le galv. ; K_1 et K_2, des clefs de circuit. On presse la clef K_1 et l'on note la déviation d_1 du galv. Maintenant la clef K_1 abaissée, on presse K_2 et on note la déviation d_2 en sens inverse. On a alors pour la rés. r :

$$r = S \frac{d_2}{d_1 - d_2}.$$

Cette méthode est une des meilleures en pratique; elle est applicable à toutes les piles.

ISOLEMENT DES LIGNES AÉRIENNES

Mesure ordinaire. — On établit en circuit un galv. des tangentes de rés. G, une pile et une rés. fixe de 1000 ohms, par exemple. On note la déviation δ. C'est prendre la *constante* du galv. On enlève alors la boîte, on fixe le pôle libre de la pile à la terre et l'un des bouts de la ligne au galv., l'autre bout restant isolé. On obtient une seconde déviation δ'. L'isolement de la ligne R_i est alors :

$$R_i = 1000 \times \frac{\delta}{\delta'}.$$

Pour rendre l'influence du courant terrestre négligeable, il est bon de faire usage de 30 à 40 éléments Daniell en tension.

Isolement kilométrique. — Si la ligne a une longueur de n kilomètre, l'isolement par kilomètres est égal à $R_i n$.

Dans de bonnes conditions, l'isolement par kilomètre ne doit pas être inférieur à 300 000 ohms (voy. 4^e^ partie).

Cette méthode de calcul de l'isolement kilométrique n'est pas exacte, car elle suppose que la perte est identique en chaque point de la ligne.

On peut opérer un peu plus exactement en tenant compte de la rés. G du galv. et de la rés. r de la pile[1] ; la formule est alors :

$$R_i = (1000 + r + G)\frac{\delta}{\delta'} - (r + G).$$

Lorsque l'on a à mesurer un grand nombre de lignes à la fois, il est commode de dresser une table à double entrée sur laquelle on inscrit les rés. d'isolement pour toutes les valeurs de δ et de δ'. On se sert du tableau comme d'une table de Pythagore.

[1] r est la résistance de la pile entière et non pas celle d'un seul élément.

MESURE DES POTENTIELS ET DES FORCES ÉLECTROMOTRICES

La différence de potentiel entre deux points d'un système électrisé ou d'un circuit électrique se mesure par voie *directe* ou par voie *indirecte*.

La mesure directe s'obtient par une seule classe d'instruments, les *électromètres*. Il existe un grand nombre de méthodes indirectes qui permettent aussi d'obtenir cette mesure ; tous les galv., par exemple, qui, en réalité, ne mesurent que des *intensités*, servent également à la mesure des potentiels ou des forces électromotrices.

ÉLECTROMÈTRES

Les électromètres appartiennent à deux classes, suivant qu'ils sont fondés sur des actions 1° *électro-statiques* ou 2° *électro-capillaires*.

Lorsqu'ils ne servent qu'à *constater* des différences de potentiel, ils fonctionnent comme *électroscopes;* lorsqu'ils *mesurent* ces différences, ce sont des *électromètres* proprement dits.

Électroscopes. — Le plus connu est celui à feuilles d'or : il est formé de deux feuilles d'or de 8 à 10 cm. de long sur 2 de large, suspendues dans un globe à une tige de métal terminée par un plateau de laiton qui, lorsqu'il est électrisé, fait diverger les feuilles. Dans l'électroscope de *Bohnenberger*, il y a une seule feuille d'or suspendue entre deux corps possédant des charges électriques contraires. Ces instruments sont très sensibles, mais peu employés dans les mesures.

Électromètres à répulsion. — Les appareils de *Cavendish* (1771-1781), de *Lane* (1772), peuvent servir à des mesures grossières ; le premier électromètre réel est la *balance de torsion de Coulomb* (1785). Dans l'électromètre de *Peltier*, le fil de torsion est remplacé par une aiguille aimantée qui sert de force directrice ; il en est de même dans l'appareil de *Kohlrausch*. Tous ces appareils, peu employés aujourd'hui, sont remplacés par l'électromètre *absolu* et l'électromètre à *quadrants* de sir W. Thomson.

Électromètre absolu de sir W. Thomson. — Fondé sur l'attraction de deux disques électrisés disposés parallèlement. Un des disques, de dimensions connues, est entouré d'un *anneau de garde* destiné à répartir uniformément la charge sur le disque, comme s'il n'avait pas de bords. L'un des disques est suspendu à des ressorts et à une vis micrométrique, l'autre disque est fixé sur une vis semblable. La vis supérieure est réglée de manière que le disque soit suspendu un peu au-dessus de la plaque de garde lorsque aucune partie de l'appareil n'est électrisée.

Méthode idiostatique. — Les deux plateaux sont mis en relation avec les deux corps dont on veut mesurer la différence de potentiel ; on déplace le plateau du bas jusqu'à ce qu'il reprenne sa position primitive, réglée par un cheveu tendu disposé entre deux repères. A ce moment, il y a équilibre entre l'attraction des deux disques et la force des ressorts. En désignant par V le potentiel d'un des plateaux, et V′ celui du second plateau, la différence de potentiel est donnée par la formule :

$$V - V' = D\sqrt{\frac{8\pi F}{A}}.$$

D, Distance des plateaux.

F, Attraction électrique égale à l'effort des ressorts qui l'équilibre.

A, Aire moyenne entre la surface du disque suspendu et l'ouverture de l'anneau de garde.

Cette manière de se servir de l'électromètre absolu constitue une méthode *idiostatique*, parce qu'on ne fait intervenir aucune charge extérieure ; elle exige la connaissance exacte de la distance D des deux disques.

Méthode hétérostatique. — Dans cette méthode, les deux plateaux sont isolés, celui du haut est chargé à un potentiel élevé et constant. On *vérifie* la constance à l'aide d'un électromètre accessoire ou *jauge*, et l'on *entretient* cette constance à l'aide d'un *replenisher* ou rechargeur. Le plateau inférieur est alternativement relié à la terre et au corps dont on observe le potentiel. La différence des attractions dans les deux cas donne la différence de potentiel du corps et de la terre, c'est-à-dire le potentiel du corps. La formule devient alors :

$$V - V' = (D - D')\sqrt{\frac{8\pi F}{A}}.$$

V — V′ est la différence de potentiel de la terre et des corps électrisés ; D — D′ la différence des lectures de la vis du plateau inférieur, différence qui peut être appréciée avec une exactitude parfaite, sans qu'on ait à faire intervenir la distance des plateaux. On obtient ainsi une très grande précision.

Électromètre à quadrants de sir W. Thomson. — Se compose d'une aiguille en forme de 8 suspendue bifilairement entre quatre quadrants métalliques horizontaux reliés électriquement deux à deux en diagonale. L'aiguille est chargée positivement à l'aide d'une bouteille de Leyde, et sa charge est entretenue *constante* (Méthode hétérostatique, jauge et rechargeur), l'une des paires de quadrants est mise à la terre (potentiel = zéro, par définition), l'autre est reliée par un conducteur au corps dont on veut mesurer l'électrisation, la déviation est fonction de la différence de potentiel. Suivant la forme de l'aiguille et les dimensions relatives des quadrants et de l'aiguille, les déviations mesurées en degrés sont proportionnelles aux différences de potentiel jusqu'à 3^0 en général, et jusqu'à 10^0 lorsque les appareils sont bien construits et placés dans de bonnes conditions. On fait les lectures sur une échelle courbe, avec le système de lampe échelle et miroir.

Le modèle le plus parfait porte, outre la jauge et le rechargeur, un système pour faire varier la force directrice et s'assurer que cette force directrice, une fois réglée, restera constante, et une *plaque d'induction* destinée à diminuer la sensibilité de l'appareil; pour la mesure des hauts potentiels, c'est cette plaque d'induction qui est reliée au corps électrisé; on ne mesure alors que le potentiel *induit* par cette plaque, qui est petite et éloignée des quadrants.

Loi de déviation de l'électromètre à quadrants (*Clerk-Maxwell*).

$$M = K(A - B)\left[C - \frac{1}{2}(A + B)\right].$$

M, Moment du couple qui fait tourner l'aiguille.
A et B, Potentiels respectifs des deux paires de quadrants
C, Potentiel de l'aiguille.
K, Constante de l'instrument.

Si A et B ont des potentiels égaux et de signes contraires, l'électromètre devient symétrique et la relation se réduit à :

$$M = K(A - B)C.$$

Électromètre symétrique de M. Mascart. — Forme simplifiée de l'électromètre à quadrants de Thomson. On en fait usage par une méthode hétérostatique : l'aiguille est reliée au corps dont on veut mesurer le potentiel, et chaque paire de quadrants à l'un des pôles d'une pile au chlorure d'argent formée de 20 à 40 éléments *dont le milieu est à la terre*, pour donner aux quadrants des charges égales et de signes contraires; l'appareil est alors symétrique. C'est par ce procédé qu'on étudie l'électricité atmosphérique à l'Observatoire de Montsouris. Dans la disposition adoptée par M. Mascart, le moment M qui fait tourner l'aiguille est nul lorsque

$$C = \frac{1}{2}(A + B).$$

Électromètre capillaire de M. Lippmann. — Appareil très sensible destiné à la mesure des forces électromotrices très faibles, fondé sur les variations qu'éprouve la dépression capillaire du mercure sous l'influence d'une force électromotrice. Dans la dernière forme que lui a donnée M. Lippmann, on équilibre la dépression causée par la force électromotrice par une pression exercée sur le mercure à l'aide d'un mécanisme pneumatique. On observe la hauteur du mercure à l'aide d'un microscope et on la ramène toujours au même point dans chaque expérience. La valeur de la pression exercée, mesurée par un manomètre à mercure, donne la mesure de la f. é. m. C'est entre o et $\frac{1}{2}$ Daniell que l'instrument est le plus sensible. Il donne jusqu'au $\frac{1}{10000}$ de Daniell. Les indications sont très rapides et permettent d'étudier les variations d'un phénomène électrique de courte durée et variable avec le temps (perte de charge d'un condensateur, décharge d'une pile secondaire, etc.). Sa grande sensibilité permet de l'employer dans toutes les méthodes de réduction à zéro (pont de Wheatstone, etc.).

Électromètre capillaire de M. Debrun. — La partie essentielle est un tube capillaire de 1 millimètre de diamètre disposé presque horizontalement, dans lequel se déplace le mercure sous l'action électrique. La sensibilité atteint $\frac{1}{300}$ de volt. On le gradue avec des éléments zinc-cadmium, dont la f. é. m. est 0,281 volt.

Électromètre cylindrique à ressort de MM. Ayrton et Perry. — Destiné aux mesures des potentiels supérieurs à 500 volts. Même principe que l'électromètre à quadrants. Les quadrants sont ici des quarts de cylindre allongés, et l'aiguille deux lames de forme cylindrique fixées sur un axe vertical; un ressort en spirale compense l'effort de torsion produit par les attractions dues aux charges des deux paires de quadrants reliées aux deux points dont on veut mesurer la différence de potentiel. La torsion du ressort mesure la différence de potentiel.

L'on en fait usage par la méthode *idiostatique*, en reliant le cylindre mobile à l'une des paires de quadrants. Permet de mesurer les f. é. m. des machines à courants alternatifs, ce qui est difficile avec les électrodynamomètres, à cause de la *self-induction*. L'appareil est portatif et en partie apériodique, le cylindre mobile ayant un faible moment d'inertie.

MESURE INDIRECTE DES DIFFÉRENCES DE POTENTIEL

Soient deux points A et B entre lesquels il existe une différence de potentiel. Nous allons passer en revue les principales méthodes qui permettent de mesurer par voie *indirecte* cette différence de potentiel que nous désignerons par D.

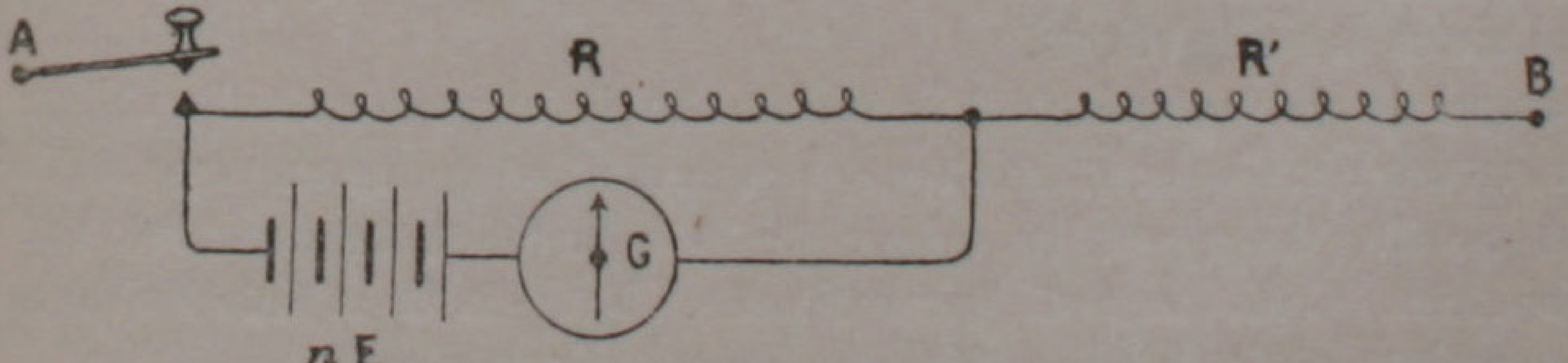
Galvanomètres étalonnés ou **volt-mètres**. — Si nous avons un galvanomètre dont la fonction qui relie les intensités aux déviations est connue, et de résistance assez grande pour qu'en le branchant entre les points A et B il ne soit traversé que par un courant suffisamment faible pour ne pas altérer sensiblement le régime de circulation dans le reste du circuit, la loi de Ohm permettra de déduire à chaque instant la différence de potentiel entre les points A et B de l'intensité du courant qui traverse le galvanomètre. Pratiquement, on construit des volt-mètres de plusieurs milliers d'ohms de résistance et on les gradue directement en *volts*. La mesure se réduit alors à une lecture directe. Les galvanomètres de *sir W. Thomson*, *Marcel Deprez*, *Ayrton* et *Perry*, etc., sont établis dans ces conditions et appliqués aux mesures industrielles des machines, des moteurs et des lampes.

Méthode d'opposition. — On établit entre les deux points A et B un galvanomètre sensible et n éléments de f. é. m. E en tension, de manière à envoyer un courant de sens *opposé* à celui qui s'établirait entre les deux points A et B reliés par un conducteur. On fait varier n jusqu'à ce que le galvanomètre soit au zéro ou que la déviation change de signe lorsqu'on oppose n ou $n+1$ éléments. On a alors :

$$nE < D < (n+1)E.$$

On obtient ainsi une exactitude au moins égale à $\frac{E}{2}$, ce qui est le plus souvent bien suffisant pour la pratique.

Méthode d'opposition partielle. — On dispose entre les points



Méthode d'opposition partielle.

A et B deux boîtes R et R' de résistance assez grande pour ne pas altérer la différence de potentiel entre A et B, un galvanomètre G, et une pile

nE comme le montre le diagramme. On fait varier R et R′ jusqu'à ce que le galvanomètre soit au zéro; on a alors :

$$D = nE \frac{R + R'}{R}.$$

Les méthodes d'opposition présentent l'avantage de ne pas polariser la pile étalon et, par suite, de fournir des mesures assez précises, le galvanomètre ne servant que de simple galvanoscope.

Méthode du condensateur. — La méthode est identique à celle employée pour la mesure de la f. é. m. des piles que nous décrivons un peu plus loin.

FORCE ÉLECTROMOTRICE DES PILES

La f. é. m. d'une pile est égale à la différence de potentiel entre ses bornes lorsque cette pile est à *circuit ouvert*.

A défaut d'étalon de f. é. m., on mesure la f. é. m. d'une pile par comparaison avec celle d'une autre pile prise comme unité, et on l'exprime ensuite en unités pratiques ou *volts*, en multipliant le résultat trouvé par la f. é. m. de l'étalon dont on a fait usage.

Méthode de l'égale résistance. — On établit dans le même circuit la pile, de résistance intérieure r, dont on veut connaître la f. é. m., un galvanomètre G et une boîte de résistance R. On gradue R pour obtenir une déviation dans les limites de la graduation de G. La valeur du courant est alors I. On remplace la pile par l'étalon et l'on fait varier R pour que la résistance totale du circuit soit la même que dans le premier cas. On a alors une intensité I′. On en tire

$$\frac{E}{E'} = \frac{I}{I'}.$$

Suivant la nature du galvanomètre, I et I′ sont exprimés par les tangentes ou les sinus des déviations.

Lorsque le galvanomètre et la résistance R ont une grande valeur relativement à la résistance intérieure des piles dont on veut comparer les f. é. m., il est inutile d'égaliser la valeur de la résistance totale dans les deux expériences. C'est le cas, par exemple, lorsque la résistance totale du galvanomètre et de la boîte dépasse 5000 à 6000 ohms.

Méthode de l'égale déviation. — S'emploie lorsque le galvanomètre n'est pas gradué. On dispose en circuit l'étalon E, le galvanomètre G et la boîte. On ajuste la boîte pour avoir une lecture commode sur le galvanomètre. Soit R la résistance totale. On remplace l'étalon par la pile à mesurer E′ et l'on ramène le galv. à la même déviation; la résistance totale nouvelle est R′, on en tire :

$$\frac{E}{E'} = \frac{R}{R'}.$$

On peut négliger la résistance intérieure des éléments devant celle du galvanomètre G et des résistances R et R_1 introduites dans le circuit lorsque ces résistances sont grandes ; la formule devient alors :

$$\frac{E}{E'} = \frac{R + G}{R_1 + G}.$$

Méthode de Wiedemann. — Soient X l'étalon de f. e. m., E et Y la pile à mesurer, dont la f. e. m. est E′. On place dans le même circuit les deux piles X et Y, le galvanomètre G et la boîte de résistance. Soit d la déviation sur le galvanomètre des tangentes due à la *somme* des deux f. e. m. On retourne l'une des piles (la plus faible) de façon à n'avoir que le courant dû à la *différence* des f. e. m. Soit d_1 la nouvelle déviation ; on a alors :

$$\frac{E}{E'} = \frac{d + d_1}{d - d_1}.$$

Méthode de Wheatstone. — La pile P de force électromotrice E est intercalée dans le circuit d'un galvanomètre G et d'une boîte de résistance R. On obtient d'abord une certaine déviation α, on ajoute ensuite une nouvelle résistance ρ pour obtenir une déviation moindre β. On retire la pile P, on lui substitue la pile P′ de force électromotrice E′, et l'on ajuste la boîte pour ramener la déviation à la valeur α obtenue d'abord avec P. On rajoute ensuite une résistance ρ' pour amener la déviation à la valeur β. On a alors :

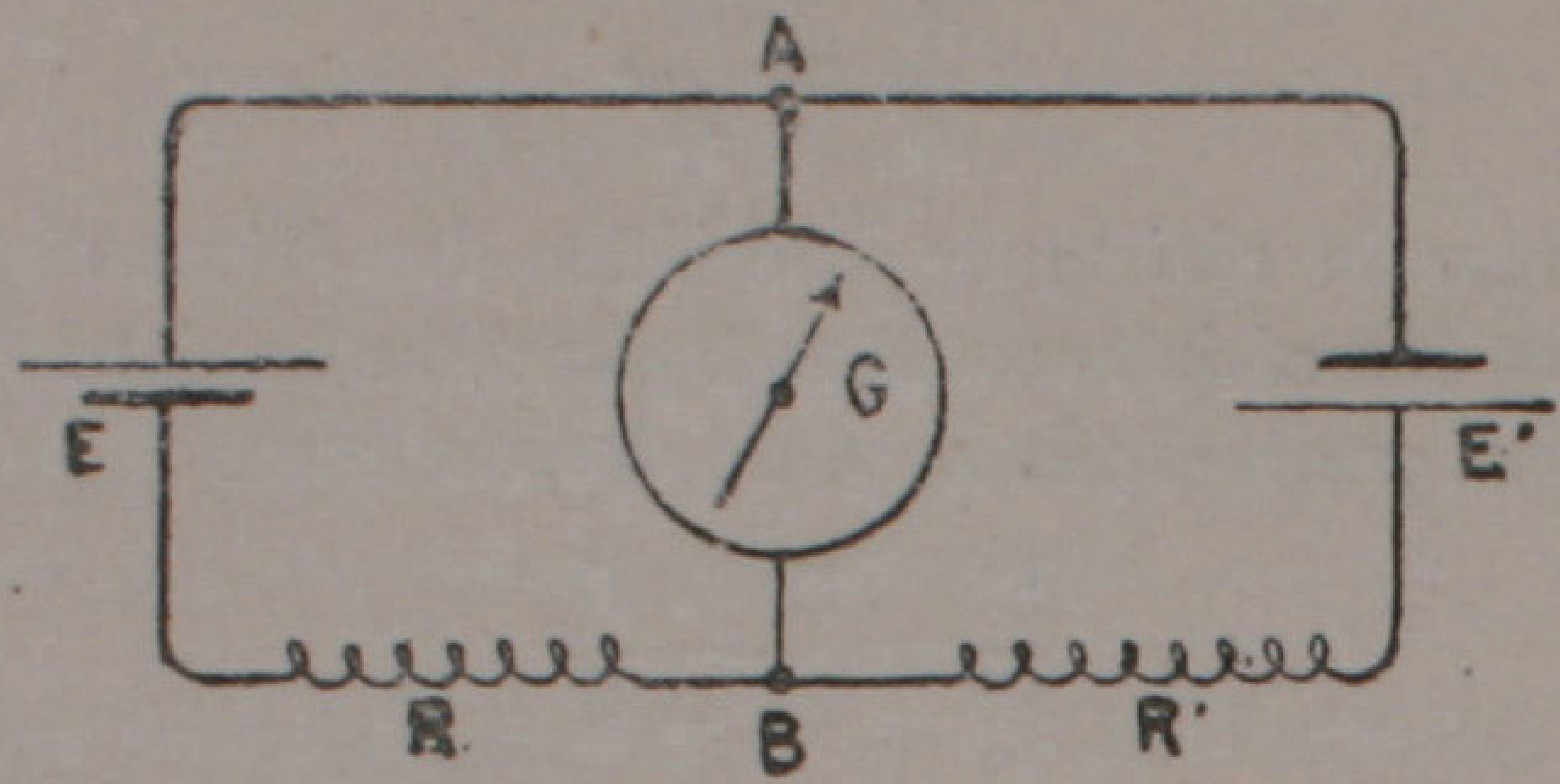
$$\frac{E}{E'} = \frac{\rho}{\rho'}.$$

Cette méthode est applicable avec un galv. non étalonné et indépendante de la rés. intérieure des éléments, qu'on n'a pas besoin de connaître.

Méthode de M. Lacoine. — Les deux piles E et E′ sont montées en tension et un galvanomètre G établi en dérivation entre les points A et B. On intercale entre E et le point B une certaine résistance R et on ajuste la résistance R′ jusqu'à ce que le galvanomètre soit au zéro. On a alors :

$$\frac{E}{E'} = \frac{R}{R'}.$$

On suppose que les résistances des piles sont négligeables devant celles de R et R′. Lorsque ces résistances sont assez grandes pour qu'il faille en tenir compte, voici la modification apportée à la méthode :



Méthode de M. Lacoine.

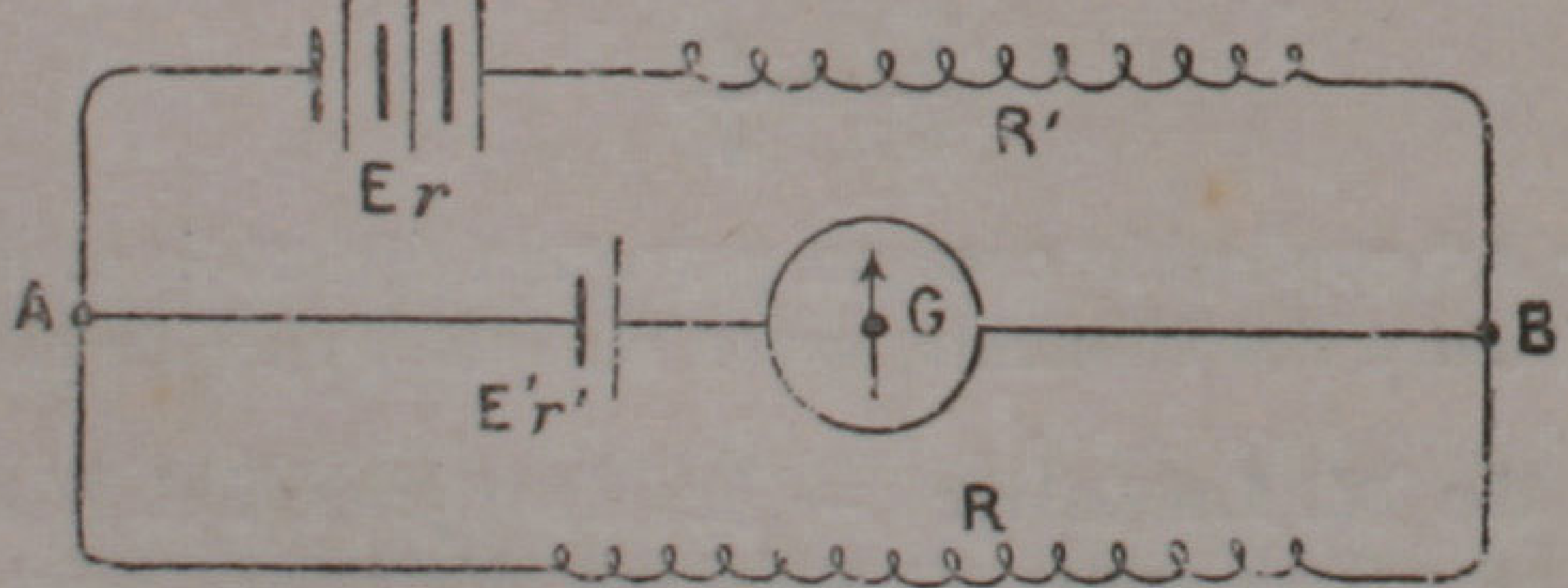
On fait une première expérience avec les résistances R et R′, on change alors R en lui donnant une nouvelle valeur plus petite R_1 et l'on ajuste R′ pour ramener le galvanomètre à zéro ; la nouvelle valeur de R′ est R'_1. On a alors :

$$\frac{E}{E'} = \frac{R - R_1}{R' - R'_1}.$$

Si l'on connaît la résistance intérieure des éléments, cette seconde opération est inutile ; en désignant par r et r' les résistances intérieures des éléments, la formule devient :

$$\frac{E}{E'} = \frac{R + r}{R' + r'}.$$

Méthode de Poggendorff. — Méthode de réduction à zéro. Les



Méthode de Poggendorff.

piles de forces électromotrices E et E′ sont disposées comme ci-dessus ; on ajuste R et R′ jusqu'à l'équilibre, et on a alors :

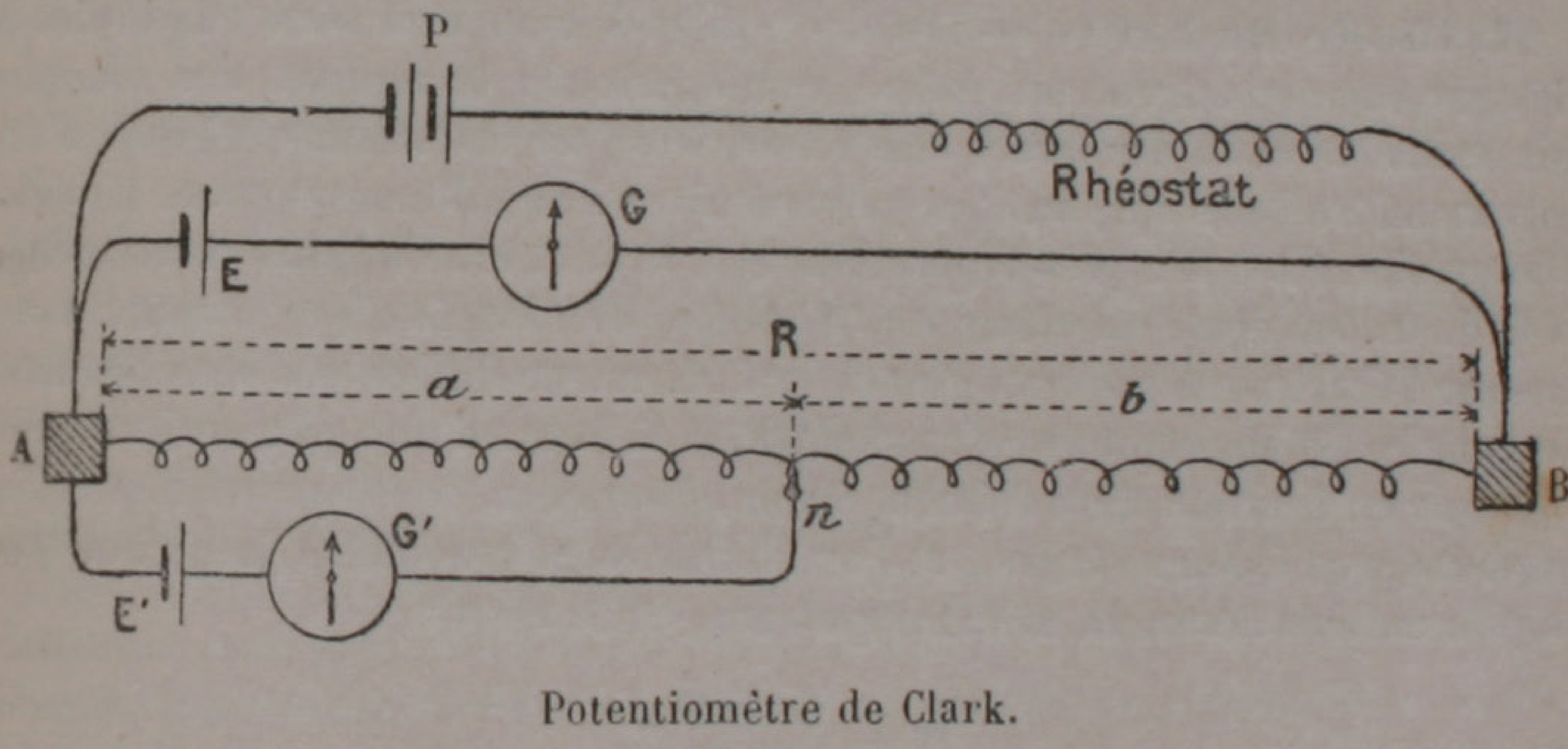
$$\frac{E}{E'} = \frac{R + R' + r}{R}.$$

Dans cette mesure, la pile E′ seule ne produit pas de courant et ne se polarise pas. La pile E doit donc être constante et se composer par exemple d'éléments Daniell en nombre suffisant pour que E soit plus grand que E′.

La résistance intérieure r de la pile E figure dans l'équation ci-dessus. On peut l'éliminer en faisant deux expériences, la première avec les résistances R et R′, la seconde avec des résistances plus faibles R_1 et R'_1. La formule devient alors :

$$\frac{E}{E'} = \frac{(R - R_1) + (R' - R'_1)}{R - R_1}.$$

Méthode du potentiomètre de Clark. — Nécessite l'emploi de deux galvanomètres et de trois piles, l'étalon, la pile à mesurer et une pile auxiliaire. Elle présente l'avantage que l'étalon et la pile à mesurer sont comparés dans les mêmes conditions, sans qu'aucun courant les traverse. On évite ainsi toutes les erreurs produites par la polarisation dans la plupart des autres méthodes.



Potentiomètre de Clark.

Dans le diagramme ci-dessus, R est une bobine de fil nu, formé d'un alliage de platine et d'iridium, ayant 40 ohms de résistance et faisant 100 tours sur un cylindre d'ébonite tournant sur son axe comme un rhéostat de Wheatstone. Les bouts du fil sont attachés aux extrémités A et B qui servent de pivots. P est une pile de quelques éléments reliée aussi aux blocs A et B, qui envoie un courant continu à travers R. Le rhéostat permet de faire varier la résistance totale de ce circuit. En E est l'étalon relié aux points A et B avec un galvanomètre intercalé en G, qui doit être au zéro, ce qu'on obtient facilement en faisant varier le rhéostat. La pile E′ est reliée au point A par l'un de ses pôles; l'autre pôle est relié à un second galvanomètre G′ et à un contact glissant n sur le rhéostat. On déplace le point de contact n sur la résistance R jusqu'à ce que le galvanomètre G soit au zéro. En désignant par a et b les deux parties de la résistance R de chaque côté du contact n lorsque G′ est au zéro, on a :

$$\frac{E}{E'} = \frac{a+b}{a} = \frac{R}{a}.$$

Le rhéostat R étant gradué, on lit directement le rapport sur l'échelle. La méthode donne une exactitude qui atteint $\frac{1}{100\,000}$ de volt.

Lorsque la pile à mesurer est plus puissante que l'étalon, on remplace l'une par l'autre : l'étalon se met en E′, la pile en E et on agit comme précédemment. Il n'y a qu'une simple substitution de lettres à faire dans la formule, eu égard à la substitution des éléments. M. le professeur Adams a fait justement remarquer que le galvanomètre G′ est inutile, car le galvanomètre G étant au zéro pour une certaine valeur du rhéostat, son équilibre sera troublé si le curseur n occupe une position autre que celle pour laquelle le galvanomètre G′ reste au zéro.

Méthode de Law. — Les deux piles à comparer sont employées à charger successivement un même condensateur; le rapport des charges fait connaître celui des forces électromotrices; on les mesure à l'aide d'un galvanomètre balistique ou d'un galvanomètre à aiguille suspendue. L'angle d'impulsion est à peu près proportionnel à la f. é. m., ou, plus exactement, la f. é. m. est égale au *sinus de la moitié de l'angle d'impulsion*; mais lorsque l'écart n'est pas trop grand, la f. é. m. ne diffère pas sensiblement de l'angle. En shuntant le galvanomètre, la f. é. m. d'une pile entière peut s'obtenir en fonction d'un élément étalon. Pour cela, on observe l'impulsion produite par l'élément étalon, et l'on shunte le galvanomètre jusqu'à ce que la pile entière donne la même impulsion. On a alors :

$$E' = \frac{G+S}{S}\,E.$$

Si les angles d'impulsion ne sont pas égaux, en appelant δ celui de l'étalon et δ' celui de la pile, on a :

$$E' = \frac{\delta'}{\delta}\cdot\frac{G+S}{S}\cdot E,$$

ou plus exactement :

$$E' = \frac{\sin\frac{1}{2}\delta'}{\sin\frac{1}{2}\delta}\cdot\frac{G+S'}{S}\,E.$$

Correction due à la résistance de l'air. — Pour lire exactement l'impulsion, l'expérimentateur, après avoir observé la première impulsion, fixe ses yeux sur l'échelle et note le point où arrive le rayon dans sa deuxième impulsion. La correction consiste à ajouter à la première lecture le quart de la différence des deux lectures pour tenir compte de la résistance de l'air.

Méthode d'opposition. — On oppose n éléments de f. é. m. connue E à n' éléments de f. é. m. inconnue E′, en intercalant un galvanomètre qui doit rester au zéro pour une certaine valeur de n et de n'. On a alors :

$$nE = n'E'.$$

Si n éléments donnent une déviation du galvanomètre de δ d'un côté, et $n+1$ éléments une déviation δ' du côté opposé, la relation s'écrit alors :

$$n \frac{\delta|}{\delta + \delta'} E = n'E',$$

d'où l'on tire la valeur de E′.

MESURE DES QUANTITÉS D'ÉLECTRICITÉ

Loi de Faraday. — Soit I l'intensité d'un courant, t le temps pendant lequel il passe, la quantité d'électricité Q fournie par le courant pendant le temps t est :

$$Q = It.$$

En prenant I en ampères, t en secondes, on a la valeur de Q en coulombs. C'est la méthode employée pour calculer les éléments des machines destinées aux opérations électro-métallurgiques. C'est une méthode indirecte. Les méthodes *directes* fondées sur les actions chimiques ou mécaniques du courant exigent l'emploi de *voltamètres*, *coulombmètres* ou *compteurs d'électricité*.

Voltamètre à gaz. — A cause de la dissolution des gaz dans l'eau acidulée, et d'autres phénomènes secondaires, le voltamètre à gaz est peu exact et peu employé, aussi ne l'indiquons-nous ici que pour mémoire.

Cuves électrolytiques. — On pèse le métal déposé pendant un temps donné par le passage du courant, et l'on en déduit le nombre de coulombs par les équivalents électro-chimiques. Les solutions les plus employées sont le sulfate de cuivre, le sulfate de zinc et l'azotate d'argent[1]

[1] M. Mascart a fait des expériences avec une solution d'azotate d'argent à 15 pour 100 et une solution de sulfate de cuivre à 10 pour 100.

Compteurs d'électricité d'Edison. — Les premiers étaient à sulfate de cuivre, les plus récents sont à sulfate de zinc. Le voltamètre est établi en dérivation, il y passe seulement le 1/100 ou le 1/1000 du courant total. La solution de zinc renferme 90 parties en poids de sulfate de zinc pur dissous dans 100 parties d'eau distillée. Sa densité à 18° C. doit être de 1,33 (*Francis Jehl*). Les plaques de zinc sont pesées tous les mois, le nombre de coulombs se déduit de ce poids, en se rappelant que :

1 *ampère-heure* dépose 1228 milligrammes de zinc.

Dans un second appareil d'Edison, on se dispense d'effectuer les pesées. Un système automatique fait basculer les plaques dès qu'elles ont gagné un excédent de poids déterminé : les communications changent, la plaque qui était cathode devient anode et réciproquement, jusqu'à un nouveau basculement de l'appareil. Un compteur à minuterie enregistre le nombre de mouvements produits pendant un temps donné, on en déduit le nombre total de coulombs par un calcul très simple. Appareil un peu compliqué.

Coulombmètre d'Edison et **de MM. Perry et Ayrton.** — Le principe est d'employer un moteur électrique disposé de telle manière que sa vitesse soit proportionnelle à l'intensité du courant qui le traverse, et de lui faire mettre en mouvement un moulin plongé dans un liquide; la résistance au mouvement étant aussi proportionnelle à la vitesse, il suffit de compter ou d'enregistrer le nombre de tours effectués par l'appareil pendant un temps donné. N'est pas encore appliqué.

Compteur-totalisateur de M. Vernon-Boys. — Cet appareil est un intégrateur qui donne directement, par une simple lecture, pour un temps t quelconque :

$$\int I dt.$$

Mais il n'est pas encore employé dans la pratique.

MESURE DES CAPACITÉS

Les capacités se mesurent en les comparant à celles d'*étalons* qui, en général, varient entre un tiers et un microfarad. En pratique, ces mesures ne s'appliquent guère qu'aux câbles sous-marins ; aussi nous contenterons-nous d'indiquer ici une méthode générale, renvoyant à la *mesure des câbles* l'exposé des méthodes spéciales.

Capacité électrostatique des condensateurs. — On charge un condensateur étalon de capacité connue c, avec une pile de f. é. m. donnée et on le décharge dans un galv. balistique, soit α la déviation ; on charge avec la même pile un condensateur de capacité c_1, on le décharge et l'on obtient une déviation α_1 ; alors :

$$\frac{c}{c_1} = \frac{\alpha}{\alpha_1}.$$

Lorsqu'on fait usage de shunts S et S_1, pour ramener à la même déviation, on a :

$$\frac{c}{c_1} = \frac{\frac{G+S}{S}}{\frac{G+S_1}{S_1}}.$$

Il est commode de faire usage, pour ces mesures, de la clef de Sabine, en ayant soin d'adopter un temps de charge uniforme et un certain intervalle avant la décharge. Pour les capacités qui varient entre un tiers et un microfarad, le Dr Muirhead recommande de charger pendant 15 secondes et de laisser un intervalle de 4 secondes entre la charge et la décharge. Pour un câble de 1000 knots, il faut une charge de 5 minutes et un intervalle de 10 secondes.

MESURE DE L'ÉNERGIE

L'énergie se mesure d'après la nature des phénomènes auxquels elle donne naissance et les formes sous lesquelles elle se manifeste. De là plusieurs classes d'appareils qui prennent le nom de :

Calorimètres, lorsque l'énergie apparaît sous forme de *chaleur ;*

Dynamomètres, lorsqu'elle apparaît sous forme de *travail mécanique ;*

Mesureurs d'énergie, lorsqu'elle apparaît sous forme de *courant électrique*.

L'électricien ne fait que très rarement usage des méthodes calorimétriques, aussi renverrons-nous aux traités spéciaux pour cette branche de la mesure de l'énergie, et ne signalerons-nous que les appareils destinés à la mesure du travail mécanique et de l'énergie électrique.

DYNAMOMÈTRES

Classification. — On désigne sous le nom de *dynamomètre* tout appareil qui mesure le travail produit ou absorbé par une machine. De là deux classes distinctes : 1° dynamomètres d'*absorption* ou *freins dynamométriques*, qui mesurent le travail produit ; 2° dynamomètres de *transmission*, intercalés entre le moteur et la machine qu'il actionne, et qui mesurent le travail dépensé par cette machine. Ces appareils intéressent l'électricien au point de vue des machines génératrices d'électricité et des moteurs électriques ; nous signalerons ici les appareils les plus employés.

Dynamomètres d'absorption. — Le plus simple, le plus connu et le plus employé est le frein de *Prony*. Il a été perfectionné par *Appoldt*, *Kretz*, *Easton* et *Anderson*, *Amos*, *Emery*, *Brauer*, *Marcel Deprez*, *J. Carpentier*, *N. Raffard*, *Bramwell*, etc., pour rendre l'appareil plus précis, d'un maniement plus simple, et pour obtenir une certaine proportionnalité entre le coefficient de frottement et la résistance, c'est-à-dire un réglage automatique de l'appareil.

Frein de Prony. — Soit P le poids placé dans le plateau en kilogrammes ; p, la tare du frein ; l, la longueur du bras de levier en mètres ; n, le nombre de tours par minute ; W, la puissance ; on a :

$$W = \frac{n\pi l\,(P+p)}{30} \text{ kgm. par seconde ;}$$

$$W = \frac{n\pi l\,(P+p)}{30 \times 75} \text{ chevaux-vapeur.}$$

Dynamomètres de transmission. — Il en existe un grand nombre, fondés sur différents principes : 1° On mesure la différence de tension des brins conducteurs et conduits de la courroie actionnant la machine, ainsi que sa vitesse de rotation. On en déduit le travail après des corrections relatives aux frottements, glissements, flexions et allongements de la courroie. Dans cette classe se trouvent les dynamomètres de *Froude*, *Parsons*, *Tatham*, *Farcot*, etc. ;

2° On mesure la différence de rigidité des deux brins de la courroie et on en déduit la différence des tensions. Le type est l'appareil de *Hefner-Alteneck*, et les modifications qui lui ont été apportées par *Briggs*, *Elihu Thomson*, *Hopkinson* ;

3° L'effort moteur est transmis à la machine par un ressort, directement, et on mesure la valeur de l'effort qui, multiplié par la vitesse, donne le travail. Ces appareils sont quelquefois munis d'un totalisateur qui enregistre la somme de travail produite pendant un temps donné. Appareils de la *Société d'agriculture de Londres*, *Mégy*, *J. Morin*, *Bourry*, *Taurines*, etc. On mesure la tension des ressorts tantôt par un procédé optique, comme dans le dynamomètre de M. *Latchinoff*, tantôt par un index, comme dans l'appareil de MM. *Ayrton* et *Perry*. D'autres agissent par l'intermédiaire d'un poids, comme les appareils *Darwin*, *Raffard*, le *dynamomètre allemand*, *King*, *Whyte*, etc. ;

4° On mesure le travail par la torsion de l'arbre moteur, comme dans le *pandynamomètre de Hirn* et l'appareil de M. *Carlo Resio*.

COMPTEURS DE TOURS ET INDICATEURS DE VITESSE

Dans toutes les mesures dynamométriques, on a besoin de connaître la vitesse de rotation des machines. Cette vitesse de rotation se mesure à l'aide de deux classes d'appareils qui font connaître *le nombre de tours par minute*, désigné le plus souvent par le symbole n.

1° **Compteurs de tours**. — Font connaître la vitesse *moyenne* de la machine pendant la durée de l'expérience, ordinairement une demi-minute. En France, on fait usage dans ce but des compteurs *Sainte* et *Deschiens*. Lorsque la vitesse ne dépasse pas 80 à 100 tours par minute, on peut facilement compter directement sans appareil en faisant une marque visible sur un point des parties tournantes.

2° **Indicateurs de vitesse**. — Font connaître la vitesse de la machine *à chaque instant*, et permettent par suite d'apprécier sa régularité. On les fixe à demeure sur l'arbre même ou sur une transmission spéciale. Les plus employés sont le tachymètre de *Buss* et l'indicateur *Jacquemier*, fondés sur la force centrifuge. M. *Marcel Deprez* en a aussi construit un fondé sur les actions électro-magnétiques.

MESURE DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

La mesure de l'énergie consommée ou produite par un appareil électrique s'effectue le plus souvent par une méthode indirecte qui consiste à mesurer deux éléments qui concourent à la production de cette énergie, et à introduire ces éléments dans une formule qui fait connaître la valeur cherchée. Il existe cependant quelques appareils qui donnent directement cette valeur. Nous allons indiquer rapidement les méthodes, directes ou indirectes, les plus employées.

Énergie dépensée par un appareil électrique. — Soient I l'intensité en ampères du courant qui traverse l'appareil et E la différence de potentiel aux bornes en volts, la puissance absorbée W a pour valeur :

$$W = EI \text{ watts} = \frac{EI}{9,81} \text{ kgm. par seconde.}$$

Cette formule sert à calculer la puissance absorbée par un foyer de lumière électrique, un moteur, une résistance, etc., etc. Elle ressort directement des lois de Ohm et de Joule. En exprimant W en chevaux-vapeur, on a :

$$W = \frac{EI}{736} \text{ chevaux-vapeur; } W = \frac{EI}{746} \text{ horse-power.}$$

Chaleur dégagée dans un conducteur traversé par un courant. — Soient R la résistance de ce conducteur (à la température de l'expérience), E la différence de potentiel aux extrémités de cette résistance, I l'intensité du courant qui le traverse, l'énergie W en kilogrammètres produite dans le conducteur, sous forme de chaleur, se calcule par l'une des formules suivantes :

$$W = \frac{EI}{9,81} = \frac{RI^2}{9,81} = \frac{E^2}{9,81R} \text{ kgm. par seconde,}$$

et en calories (g.-d.) par les formules :

$$W = \frac{EI}{4,16}\,t = \frac{RI^2}{4,16}\,t = \frac{E^2}{4,16R}\,t \text{ calories (g.-d.),}$$

$$\text{ou } W = 0,2405EIt = 0,2405RI^2t = \frac{0,2405E^2}{R}\,t \text{ calories (g.-d.).}$$

Mesureur d'énergie à suspension bifilaire de MM. Ayrton et Perry. — Bobine mobile et légère de fil fin ayant un faible moment d'inertie, capable de se mouvoir autour d'un axe parallèle à sa longueur, suspendue bifilairement dans une bobine fixe à gros fil. Le fil fin est en dérivation et le gros fil dans le circuit même. La déviation mesure le produit. MM. Ayrton et Perry ont récemment modifié l'appareil en remplaçant la suspension bifilaire par des ressorts en spirale.

M. *Marcel Deprez* a fait connaître, il y a quelques années, un mesureur d'énergie analogue, dans lequel l'action des courants était équilibrée par la pesanteur, mais les indications de cet appareil ne peuvent être exactes qu'à la condition qu'il ne s'y produise pas de déplacement relatif des deux circuits. Il est plus simple, en général, de mesurer séparément E et I et de faire le produit, aussi les mesureurs d'énergie électrique ne sont-ils pas encore entrés dans la pratique. Tout récemment, M. *Vernon Boys* a combiné des *mesureurs d'énergie intégrateurs ;* ces appareils font connaître la somme d'énergie absorbée par un appareil électrique pendant un temps donné ; ils totalisent le nombre de kilogrammètres dépensés, mais ils présentent encore une certaine complication qui retardera leur application immédiate ; nous ne pouvons donc que les mentionner.

MESURE DES CABLES

La mesure des câbles sous-marins constitue une des parties les plus importantes des applications de l'électricité ; les méthodes employées sont le plus souvent spéciales, c'est ce qui explique pourquoi nous avons cru devoir les séparer des méthodes générales et en faire un chapitre à part ;

nous n'indiquerons ici que les méthodes les plus importantes, et laisserons de côté la question de la recherche des fautes et des dérangements, question qui demanderait de trop grands développements et pour lesquels le lecteur devra consulter les ouvrages spéciaux dont il trouvera une énumération dans la *bibliographie* placée à la fin du volume.

Dispositions particulières. — Les difficultés que comportent et l'exactitude qu'exigent les mesures des câbles sous-marins obligent à opérer ces mesures dans des conditions toutes spéciales qu'on ne retrouve pas dans les autres branches de l'électricité appliquée. Nous signalerons ici les dispositions les plus importantes.

Température étalon. — A cause de l'influence de la température sur les propriétés des substances diélectriques qui entrent dans la composition des câbles sous-marins, on ramène, par le calcul, tous les résultats à une certaine température étalon. L'usage a prévalu d'adopter comme temp. étalon 75° *Fahrenheit*, temp. qui correspond à 24° *centigrade*.

Cuve. — Pour la mesure de la capacité et de l'isolement, le câble est plongé dans une cuve en fonte ou en tôle en communication parfaite avec le sol, soit par les tuyaux d'eau et de gaz, soit à bord des navires par la coque ; pour les câbles submergés, le câble communique avec le sol par son enveloppe métallique extérieure.

Le câble doit être déchargé avant les épreuves en le mettant quelques heures à la terre ; il est préférable d'amener les bouts libres du câble dans la salle d'expériences, au lieu de faire usage de fils de secours.

Isoler l'extrémité d'un câble. — On découvre l'âme sur une longueur de 40 à 50 cm., on la débarrasse du chanvre et des fils de fer : si l'âme est en caoutchouc, on enlève le feutre et on met le conducteur à nu sur une longueur de 3 cm. environ. On recouvre de paraffine le conducteur et le diélectrique sur une longueur totale d'environ 5 cm., et on maintient le bout suspendu dans l'air.

Appareils. — Les mesures complètes exigent l'emploi de 500 éléments de pile, un galv. à miroir et ses shunts, un condensateur, des clefs d'inversion, de court circuit, de charge et de décharge, des commutateurs, un pont de Wheatstone et des boîtes de résistance.

RÉSISTANCE DU CONDUCTEUR

Méthode du pont. — On fait usage le plus souvent du pont de Wheatstone, surtout lorsqu'on dispose des deux bouts du câble dont la rés. se mesure alors comme une rés. ordinaire. La figure ci-contre (page 112) montre le montage des appareils.

Méthode du faux zéro. — On établit les communications comme pour la mesure par le pont de Wheatstone. On abaisse la clef de court-circuit du galv. qui dévie sous l'action du courant terrestre et on note la déviation. On abaisse alors la clef d'inversion et l'on débouche rapidement la boîte jusqu'à reproduire la même déviation ; on n'a alors qu'à lire la résistance. Cette méthode convient seulement lorsque le courant terrestre est constant.

Méthode de la déviation reproduite (reproduced deflection;

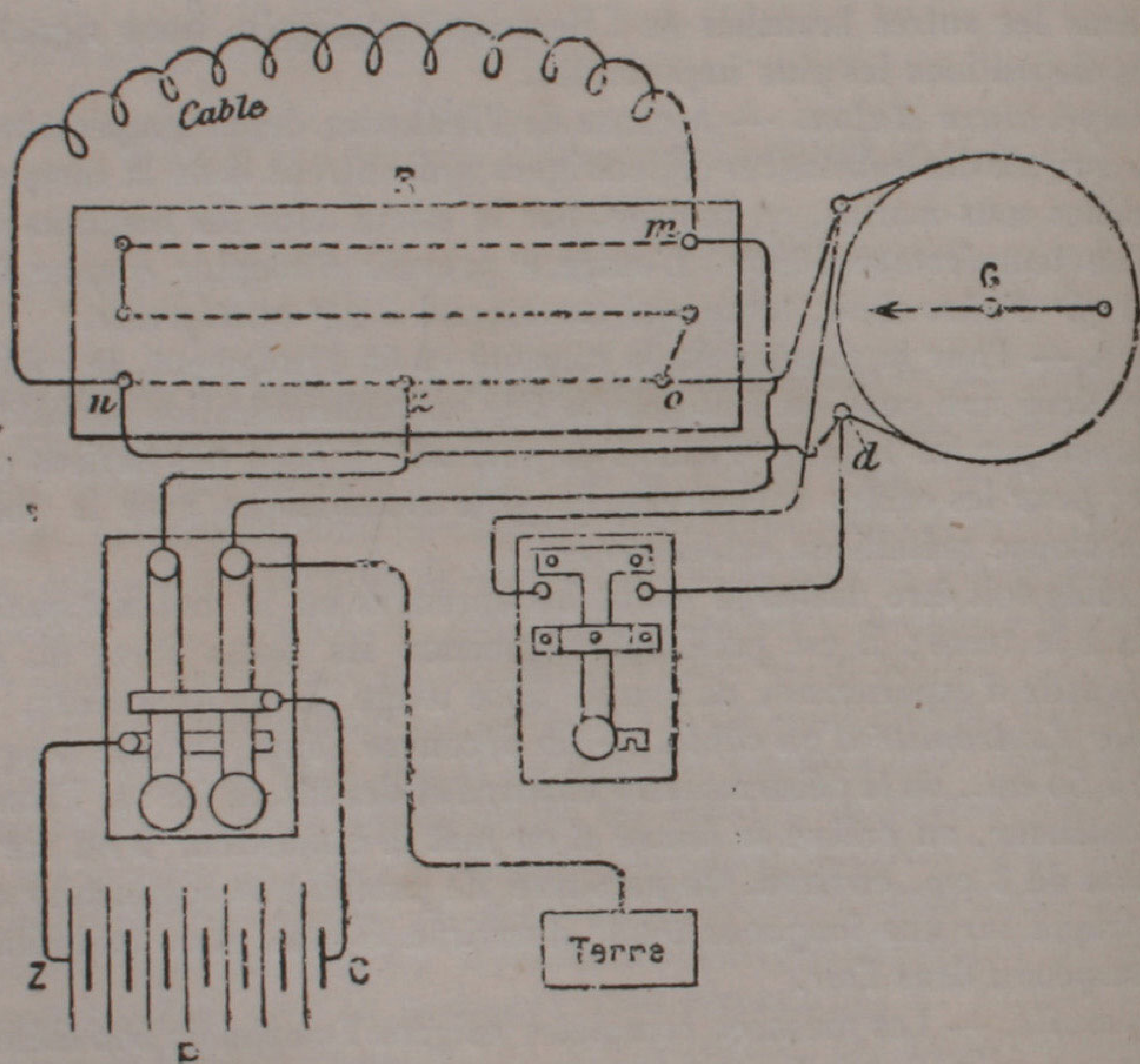


Diagramme du montage des appareils pour la mesure de la résistance d'un câble par la méthode du pont.

Frank Jacob). — Le câble dont le bout éloigné est à la terre est relié à un galv. convenablement shunté, une pile et une clef d'inversion à la terre. On fait une série de lectures aussi rapidement que possible, en renversant chaque fois le courant, puis on substitue au câble une boîte de rés. qu'on fait varier jusqu'à reproduire les mêmes déviations. Les rés. ainsi obtenues sont égales aux rés. apparentes offertes par le câble. La moyenne harmonique des résultats avec les courants positifs ou négatifs donne la vraie rés. du conducteur. Cette méthode est très rapide et permet d'éliminer facilement les variations causées par les courants terrestres.

On emploie pour ces mesures une pile de 4 à 10 éléments.

Résistance des plaques de terre. — On établit un circuit formé par un galv. un élément de pile, une grande rés. et les plaques de terre ; on lit la déviation : on rejoint alors les fils directement sans les plaques; la déviation ne doit pas changer si les terres sont bien établies. On remédie à un trop grand isolement en arrosant le terrain tout autour des plaques.

CAPACITÉ ÉLECTROSTATIQUE OU INDUCTIVE

Elle est mesurée par la *charge* que reçoit un câble avec l'unité de tension, le *volt*. Elle s'exprime en *microfarads*.

La charge d'un câble ou d'un condensateur est proportionnelle à la tension, à la longueur du câble et en raison inverse de la distance des surfaces inductrices.

Le *rapport de décharge*, ou temps nécessaire pour qu'un câble perde une partie donnée de sa charge, est indépendant de la tension.

Avec la gutta-percha à 24° C. la perte pendant la première minute est de 7 %; dans la deuxième minute il se perdra 7 % de la charge rémanente et ainsi de suite à l'infini.

Perte de charge d'un câble. — Soient C la charge initiale, c la charge après t minutes ; la charge C′ restant après t' minutes sera donnée par la relation :

$$\frac{\log \frac{C}{C'}}{\log \frac{C}{c}} t = t'.$$

Perte de la moitié de la charge. — Ce temps en minutes sera :

$$t' = t \frac{0{,}30103}{\log \frac{C}{c}}.$$

Mesure de la capacité électrostatique d'un câble. — On isole l'une des extrémités du câble, on charge le condensateur avec une pile de 10 éléments, on le décharge sur le galv. et on note la déviation. On charge alors le câble et on le décharge après une minute en shuntant le galv. jusqu'à ce qu'on obtienne la même déviation. La capacité du câble est égale au pouvoir multiplicateur du shunt multiplié par la capacité du condensateur pris comme étalon. Pour avoir la plus grande déviation possible et diminuer l'influence de l'erreur de lecture, on peut prendre comme zéro l'extrémité de droite de l'échelle et faire dévier le rayon jusqu'à l'extrémité de gauche en variant le nombre des éléments ainsi que la sensibilité du galv. au moyen de l'aimant directeur.

Capacité par kilomètre ou **par knot**. — On l'obtient en divisant la capacité totale par la longueur du câble en kilomètres ou en knots.

Calcul de la capacité électrostatique. — Soient D le diamètre du diélectrique en millimètres, d le diamètre de l'âme ; la capacité par nœud ou mille marin (1852 mètres) sera :

Pour le caoutchouc de Hooper : $\dfrac{0{,}1535}{\log \dfrac{D}{d}}$ microfarads.

Pour la gutta-percha ordinaire : $\dfrac{0{,}18769}{\log \dfrac{D}{d}}$ microfarads.

Pour la gutta de W. Smith : $\dfrac{0{,}15163}{\log \dfrac{D}{d}}$ microfarads.

Exemple. Si $d = 3^{mm},68$ et $D = 8^{mm},08$, la capacité par nœud sera :

Pour le caoutchouc Hooper.	= 0,45	microfarad.
— la gutta-percha ordinaire.	= 0,55	—
— — de W. Smith . . .	= 0,44	—

Tension réunie de deux condensateurs ou **de deux câbles.**

Soient C la capacité du condensateur chargé ;
V la tension de la charge ;
c la capacité du condensateur non chargé ;
v la tension quand ils sont unis :

$$v = V \frac{C}{C + c}.$$

Capacité inductive de deux condensateurs réunis. — Lorsqu'un condensateur chargé est réuni à un autre non chargé, la charge se partage en proportion des capacités respectives, la tension est la même dans les deux.

Soient C un condensateur étalon chargé au potentiel V, x la capacité du second condensateur, v le potentiel commun lorsqu'ils sont joints. Alors

$$\frac{v}{V}=\frac{C}{C+x} \text{ et } CV=Cv+xv.$$

La capacité de x sera :

$$x=\frac{V-v}{v}C.$$

ISOLEMENT

Méthode de la déviation (*Latimer-Clark*). — Soient x l'isolement du câble, G la résistance du galvanomètre, n le nombre des éléments de résistance r et de f. e. m. E, et α la déviation observée. On retire le câble et on le remplace par une résistance connue telle que la résistance du circuit total soit R après avoir réduit le nombre des éléments à un seul et shunté le galv. par une rés. S. La déviation observée est β, alors :

$$x=R\frac{\alpha}{\beta}n\left(1+\frac{G}{S}\right)-(G+r) \text{ ohms.}$$

On peut négliger $(G+r)$ devant x; la formule devient :

$$x=R\frac{\alpha}{\beta}n\left(1+\frac{G}{S}\right) \text{ ohms.}$$

En pratique, on shunte le galvanomètre au $\frac{1}{100}$ avec un shunt $\left(S=\frac{G}{99}\right)$ et on fait $R=10000-(r+S)$.
La résistance d'isolement du câble entier est alors :

$$x=\frac{\alpha}{\beta}n \text{ megohms.}$$

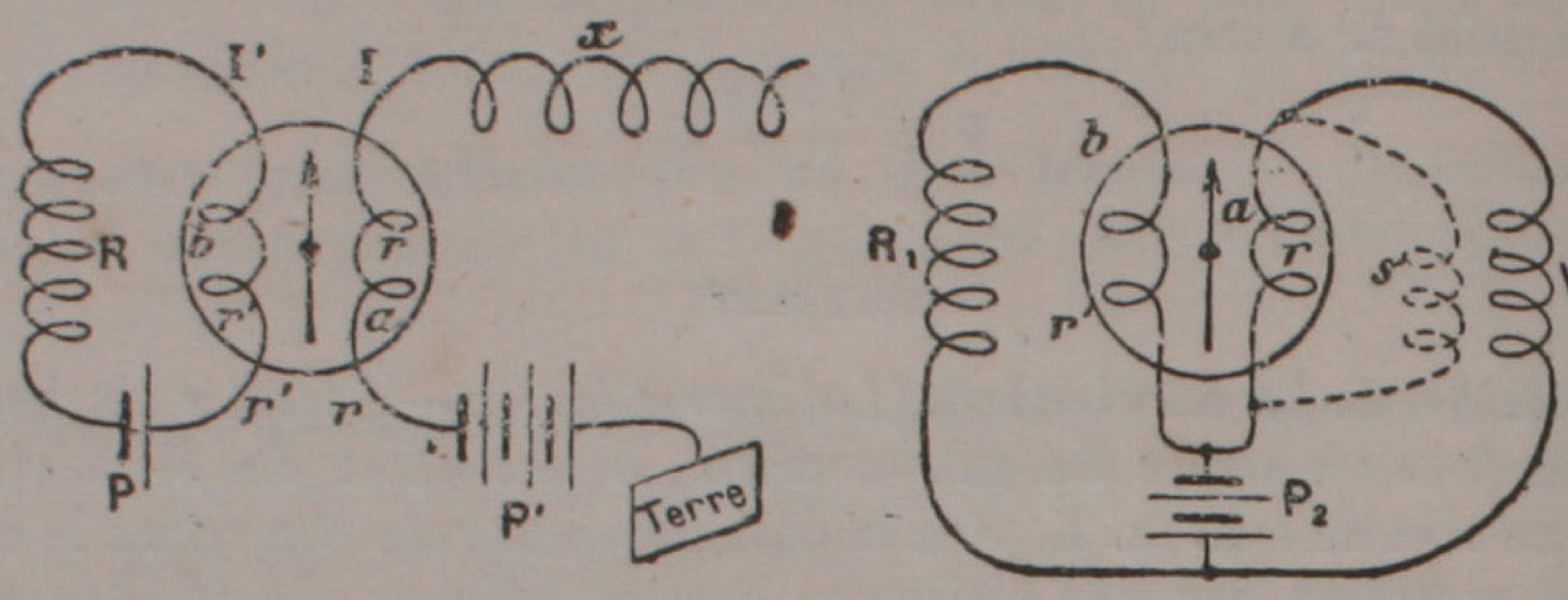
Et sa résistance d'isolement par mille marin ou *knot :*

$$x_n=\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{1}{1852}n \text{ megohms.}$$

Méthode du galvanomètre différentiel (*Siemens*). — Soient (voir la figure) :

x la résistance d'isolement cherchée;
E la f. e. m. de la pile P;
E′ la f. e. m. de la pile P′;
r la résistance de la pile P plus la bobine a;
r' la résistance de la pile P′ plus la bobine b;
R une résistance intercalée dans le circuit de b.

On fait varier R jusqu'à ce que l'aiguille vienne au zéro. On enlève le câble et on lui substitue une résistance connue W; les bouts des deux bobines a et b sont reliés au pôle d'un seul élément P_2 et la résistance R_1



Méthode de Siemens pour l'isolement des câbles.

réajustée jusqu'à ce que l'aiguille revienne au zéro. L'isolement du câble est alors :

$$x = \frac{W + r}{R' + r'} \cdot \frac{E}{E'} (R + r').$$

Si, dans la seconde partie de l'expérience, on shunte la bobine a avec une résistance s, la valeur de x devient alors :

$$x = \frac{W(r + s) + rs}{(R' + r')s} \frac{E}{E'} (R + r').$$

Méthode de la perte de charge (*Siemens*). — Soient C la décharge instantanée (tension totale) d'un câble donné, c sa décharge (tension réduite) après t minutes et F sa capacité en microfarads. Sa résistance d'isolement R_i, après t minutes, est alors :

$$R_i = 26{,}06 \frac{t}{F.(\log C - \log c)} \text{ megohms.}$$

Isolement des joints. — Le joint à essayer est disposé dans une auge parfaitement isolée, remplie d'eau salée, dans laquelle on place une plaque de cuivre. L'âme du câble est soigneusement séchée sur les deux côtés du joint. Après avoir vérifié l'isolement de l'auge, on fait l'essai avec une pile de 500 éléments Daniell. L'isolement ne doit pas être inférieur à celui de deux mètres environ de câble parfait identique à celui dont on fait la jointure.

Calcul de l'isolement. — On le calcule, soit par les diamètres, soit par les poids ; le tableau ci-dessous donne les formules pour la température de 24° C et les diélectriques ordinairement employés. D et d ont la même signification que ci-dessus ; P est le poids du diélectrique, p le poids du conducteur (*V. Hoskiaer*).

NATURE DU DIÉLECTRIQUE.	ISOLEMENT CALCULÉ	
	PAR LES DIAMÈTRES.	PAR LES POIDS.
	megohms.	megohms.
Caoutchouc de Hooper. . .	$1{,}3 \log \frac{D}{d}$.	$1{,}3 \log \sqrt{1 + 5{,}7 \frac{P}{p}}$.
Gutta-percha ordinaire.. .	$0{,}077 \log \frac{D}{d}$.	$0{,}077 \log \sqrt{1 + 6{,}9 \frac{P}{p}}$.
Gutta-percha de W. Smith.	$0{,}035 \log \frac{D}{d}$.	$0{,}035 \log \sqrt{1 + 6{,}9 \frac{P}{p}}$.

Les 4 premiers chiffres du log. doivent être pris comme formant un nombre entier.

Les poids P et p sont exprimés en kilogrammes.

Exemple. — Si $d = 2{,}87$ mm. et $D = 7{,}39$ mm., l'isolement par knot (1852 mètres) est :

Avec du caoutchouc Hooper. . . . . . . = 5340 megohms.
de la gutta-percha ordinaire. . . . = 316 —
— — de W. Smith . . = 144 —

Vitesse de transmission dans les câbles. — Elle est proportionnelle à

$$\frac{S}{l^2C} \text{ ou } \frac{1}{l^2Cr}.$$

S, conductibilité spécifique de cuivre ; C, capacité par knot ; l, longueur du câble ; r, résistance du conducteur.

La *vitesse absolue*, en nombre de mots par minute, est, avec le miroir :

Câble en caoutchouc Hooper . . . . $1193{,}5 \frac{d^2}{l^2} (\log D - \log d)$.

— en gutta-percha de W. Smith. $968{,}75 \frac{d^2}{l^2} (\log D - \log d)$.

Câble en gutta-percha ordinaire. . $903{,}65\,\frac{d^2}{l^2}\,(\log D - \log d)$.

Le *maximum* de vitesse obtenue est de 50 pour 100 supérieur aux chiffres ci-dessus.

Durée de transmission d'un signal (*R. Sabine*). — Le temps en secondes t requis pour qu'un signal puisse se produire à l'extrémité d'un câble, est :

Avec le Morse. . . . . $t = \frac{414}{10^9}\,Cr$ secondes.

— le Hughes. . . . . $t = \frac{105}{10^9}\,Cr$ —

— le miroir . . . . $t = \frac{47}{10^9}\,Cr$ —

C, capacité totale du câble en microfarads ; r résistance du conducteur en ohms. La vitesse dépend à la fois de l'inertie de l'appareil et du retard produit par le câble.

Poids du conducteur et du diélectrique. — En exprimant les diamètres D et d en millimètres, les poids en kilogrammes seront donnés par les formules :

Conducteur.	Poids par nœud.	Poids par kilomètre.
Cuivre solide	$12{,}78\ d^2$	$6{,}889\ d^2$
Toron.	$10\ d^2$	$5{,}399\ d^2$
Diélectrique.		
Caoutchouc de Hooper . . .	$1{,}75\ (D^2 - d^2)$	$0{,}945\ (D^2 - d^2)$
Gutta-percha	$1{,}43\ (D^2 - d^2)$	$0{,}771\ (D^2 - d^2)$

QUATRIÈME PARTIE

RENSEIGNEMENTS PRATIQUES. — APPLICATIONS. RÉSULTATS D'EXPÉRIENCES.

FORMULES ALGÉBRIQUES

Arrangements et combinaisons. — On nomme combinaison n à n de m objets distincts les différents groupes qu'on peut faire avec n de ces m objets. Parmi les combinaisons, on distingue : 1° les *produits différents* pour lesquels chaque groupe diffère des autres seulement par un objet, abstraction faite de l'ordre de classement ; 2° les *arrangements* dans lesquels deux groupes peuvent être distincts seulement par l'ordre des n objets qui les composent.

Le nombre des arrangements de m lettres n à n est égal à

$$(m-n+1)\,(m-n+2)\ldots\ldots\,(m-1)\,m.$$

Le nombre des produits distincts de m lettres n à n est égal à

$$\frac{1.2.3\ldots\ldots(m-1)\,m}{1.2.3\ldots n.1.2.3\ldots\,(m-n)}.$$

Le nombre des *permutations différentes* de m lettres entre elles est égal à

$$1.2.3\ldots\ldots(m-1)\,m.$$

Formule du binôme de Newton. — La formule du binôme est d'une application fréquente ; aussi convient-il de la reproduire sous sa forme générale :

$$(x+a)^m = x^m + mx^{m-1}a + \frac{m\,(m-1)}{1.2}\,x^{m-2}a^2 + \ldots\ldots$$
$$+ \frac{m\,(m-1)\ldots\ldots(m-p+1)}{1.2.3\ldots\ldots p}\,a^p x^{m-p} + \ldots\ldots + a^m.$$

TABLE

DES NOMBRES (n) ; DE LEURS RÉCIPROQUES $\left(\frac{1}{n}\right)$; CARRÉS (n^2) ; RACINES CARRÉES $(\sqrt{n})$;

CUBES (n^3) ; RACINES CUBIQUES $\left(\sqrt[3]{n}\right)$;

CIRCONFÉRENCES (πn) ; ET SURFACES DE CERCLE $\left(\frac{\pi n^2}{4}\right)$.

n	$\frac{1}{n}$	n^2	$\sqrt{n}$	n^3	$\sqrt[3]{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
1	1,0000	1	1,000	1	1,000	3,14	0,79
2	0,5000	4	1,414	8	1,259	6,28	3,14
3	0,3333	9	1,732	27	1,442	9,42	7,07
4	0,2500	16	2,000	64	1,587	12,57	12,57
5	0,2000	25	2,236	125	1,709	15,71	19,63
6	0,1667	36	2,449	216	1,817	18,85	28,27
7	0,1429	49	2,635	343	1,912	21,99	38,48
8	0,1250	64	2,828	512	2,000	25,13	50,27
9	0,1111	81	3,000	729	2,080	28,27	63,62
10	0,1000	100	3,162	1 000	2,154	31,42	78,54
11	0,0909	121	3,316	1 331	2,223	34,56	95,03
12	0,0833	144	3,464	1 728	2,289	37,70	113,10
13	0,0769	169	3,605	2 179	2,351	40,84	132,73
14	0,0714	196	3,741	2 744	2,410	43,98	153,94
15	0,0667	225	3,872	3 375	2,466	47,12	176,71
16	0,0625	256	4,000	4 096	2,519	50,27	201,06
17	0,0588	289	4,123	4 913	2,571	53,41	226,98
18	0,0556	324	4,242	5 832	2,620	56,55	254,47
19	0,0526	361	4,358	6 859	2,668	59,69	283,53
20	0,0500	400	4,472	8 000	2,714	62,83	314,16
21	0,0476	441	4,582	9 261	2,758	65,97	346,36
22	0,0455	484	4,690	10 648	2,802	69,11	380,13
23	0,0435	529	4,795	12 167	2,843	72,26	415,48
24	0,0417	576	4,898	13 824	2,884	75,40	452,39
25	0,0400	625	5,000	15 625	2,924	78,54	490,87
26	0,0385	676	5,099	17 576	2,962	81,68	530,93
27	0,0370	729	5,196	19 683	3,000	84,82	572,56
28	0,0357	784	5,291	21 952	3,036	87,96	615,75
29	0,0345	841	5,381	24 389	3,072	91,11	660,52
30	0,0333	900	5,477	27 000	3,107	94,25	706,86

n	$\frac{1}{n}$	n^2	$\sqrt{n}$	n^3	$\sqrt[3]{n}$	π	$\frac{\pi n^2}{4}$
31	0,0323	961	5,567	29 791	3,141	97,39	754,77
32	0,0313	1 024	5,656	32 768	3,174	100,53	804,25
33	0,0303	1 089	5,744	35 937	3,207	103,67	855,30
34	0,0294	1 156	5,830	39 304	3,239	106,81	907,92
35	0,0286	1 225	5,916	42 875	3,271	109,96	962,11
36	0,0278	1 296	6,000	46 656	3,301	113,10	1 017,88
37	0,0270	1 369	6,082	50 653	3,332	116,24	1 075,21
38	0,0263	1 444	6,164	54 872	3,361	119,38	1 134,11
39	0,0256	1 521	6,244	59 319	3,391	122,52	1 194,59
40	0,0250	1 600	6,324	64 000	3,419	125,66	1 256,64
41	0,0244	1 681	6,403	68 921	3,448	128,80	1 320,25
42	0,0238	1 764	6,480	74 088	3,476	131,95	1 385,44
43	0,0233	1 849	6,557	79 507	3,503	135,09	1 452,20
44	0,0227	1 936	6,633	85 184	3,530	138,23	1 520,53
45	0,0222	2 025	6,708	91 125	3,556	141,37	1 590,43
46	0,0217	2 116	6,782	97 336	3,583	144,51	1 661,90
47	0,0213	2 209	6,855	103 823	3,608	147,65	1 734,94
48	0,0208	2 304	6,928	110 592	3,634	150,80	1 809,56
49	0,0204	2 401	7,000	117 649	3,659	153,94	1 885,74
50	0,0200	2 500	7,071	125 000	3,684	157,08	1 963,49
51	0,0196	2 601	7,141	132 651	3,708	160,22	2 042,82
52	0,0192	2 704	7,211	140 608	3,732	163,36	2 123,72
53	0,0189	2 809	7,280	148 877	3,756	166,50	2 206,18
54	0,0185	2 916	7,348	157 464	3,779	169,65	2 290,21
55	0,0182	3 025	7,416	166 375	3,802	172,79	2 375,83
56	0,0179	3 136	7,483	175 616	3,825	175,93	2 463,01
57	0,0175	3 249	7,549	185 193	3,848	179,07	2 551,76
58	0,0172	3 364	7,615	195 112	3,870	182,21	2 642,08
59	0,0169	3 481	7,681	205 379	3,892	185,35	2 733,97
60	0,0167	3 600	7,745	216 000	3,914	188,50	2 827,43
61	0,0164	3 721	7,81	226 981	3,936	191,64	2 922,47
62	0,0161	3 844	7,874	238 328	3,957	194,78	3 019,07
63	0,0159	3 969	7,937	250 047	3,979	197,92	3 117,24
64	0,0156	4 096	8,000	262 144	4,000	201,06	3 116,99
65	0,0154	4 225	8,062	274 625	4,020	204,20	3 318,31
66	0,0152	4 356	8,124	287 496	4,041	207,34	3 421,19
67	0,0149	4 489	8,185	300 763	4,061	210,49	3 525,65
68	0,0147	4 624	8,246	314 432	4,081	213,63	3 631,68
69	0,0145	4 761	8,306	328 509	4,101	216,77	3 739,28
70	0,0143	4 900	8,366	343 000	4,121	219,91	3 848,45

n	$\frac{1}{n}$	n^2	$\sqrt{n}$	n^3	$\sqrt[3]{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
71	0,0141	5 041	8,426	357 911	4,140	223,05	3 959,19
72	0,0139	5 184	8,485	373 248	4,160	226,19	4 071,50
73	0,0137	5 329	8,544	389 017	4,179	229,34	4 185,39
74	0,0135	5 476	8,602	405 224	4,198	232,48	4 300,84
75	0,0133	5 625	8,660	421 875	4,217	235,62	4 417,86
76	0,0132	5 776	8,717	438 976	4,235	238,76	4 536,46
77	0,0130	5 929	8,774	456 533	4,254	241,90	4 656,62
78	0,0128	6 084	8,831	474 552	4,272	245,04	4 778,36
79	0,0127	6 241	8,888	493 039	4,290	248,19	4 901,67
80	0,0125	6 400	8,944	512 000	4,308	251,33	5 026,55
81	0,0123	6 561	9,000	531 441	4,326	254,47	5 153,00
82	0,0122	6 724	9,055	551 368	4,344	257,61	5 281,02
83	0,0120	6 889	9,110	571 787	4,362	260,75	5 410,61
84	0,0119	7 056	9,165	592 704	4,379	263,89	5 541,77
85	0,0118	7 225	9,219	614 125	4,396	267,03	5 674,50
86	0,0116	7 396	9,273	636 056	4,414	270,18	5 808,80
87	0,0115	7 569	9,327	656 503	4,431	273,32	5 944,68
88	0,0114	7 744	9,386	681 472	4,447	276,46	6 082,12
89	0,0112	7 921	9,433	704 969	4,464	279,60	6 221,14
90	0,0111	8 100	9,486	729 000	4,481	282,74	6 361,72
91	0,0110	8 281	9,539	753 571	4,497	285,88	6 503,88
92	0,0109	8 464	9,591	778 688	4,514	289,03	6 647,61
93	0,0108	8 649	9,643	804 357	4,530	292,17	6 792,91
94	0,0106	8 836	9,695	830 584	4,546	295,31	6 939,78
95	0,0105	9 025	9,746	857 375	4,562	298,45	7 088,22
96	0,0104	9 216	9,797	884 736	4,578	301,59	7 238,23
97	0,0103	9 409	9,848	912 673	4,594	304,73	7 389,81
98	0,0102	9 604	9,899	941 192	4,610	307,88	7 542,96
99	0,0101	9 801	9,949	970 229	4,626	311,02	7 697,69
100	0,0100	10 000	10,000	1000 000	4,642	314,16	7 853,98

π et facteurs de π.

$\pi = 3,1415926536$

$\frac{1}{\pi} = 0,3183098862$

$\pi^2 = 9,8696$

$\pi^3 = 31,0063$

$\sqrt{\frac{1}{\pi}} = 0,56419$

$\log \pi = 0,4971498727$

$\log \frac{1}{\pi} = 1,5028501273$

$\sqrt{\pi} = 1,77245385$

$\sqrt[3]{\pi} = 1,4646$

$\log_e \pi = 1,14473$

Diamètre du cercle dont la circonférence a 1 mètre de développement. . . . . = 31,83 cm.
Longueur de l'arc de 1^0 et de rayon 1 . . . . = 0,017452
Radian. Angle dont l'arc est égal au rayon. . . . . . = 57° 15′

Progressions arithmétiques. — Soient a le premier terme, r la raison, b le dernier terme et n le nombre de termes.

$$b = a + (n-1)r,$$

Somme des n premiers termes $= \dfrac{[2a + (n-1)r]n}{2} = \dfrac{a+b}{2}\,n.$

Somme des n premiers nombres de 1 à $n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

Somme des n premiers nombres impairs, de 1 à $(2n-1) = n^2$.

Progressions géométriques. — Soient a le premier terme, b le dernier terme et q la raison :

$$b = aq^{n-1}.$$

Somme des n premiers termes $= a\,\dfrac{q^n - a}{q-1}$.

Logarithmes.

Lorsqu'on a entre trois nombres a, b et x la relation :

$$a^x = b,$$

on dit que x est le *logarithme* du nombre b dans la *base* a, et l'on écrit :

$$x = \log b.$$

Le nombre b est l'*antilogarithme*.

L'ensemble des logarithmes des différents nombres correspondants à une même base forme un *système de logarithmes*. On se sert aujourd'hui en pratique de deux systèmes seulement :

1° Logarithmes *vulgaires* ou *décimaux*, dont la base est 10.

2° Logarithmes *naturels*, *népériens* ou *hyperboliques*, dont la base est e,

$$e = 2{,}71828.$$

Les logarithmes vulgaires s'indiquent par le symbole [log], les logarithmes naturels par [$\log_e$].

TABLE

DES LOGARITHMES DÉCIMAUX (log) ET NÉPÉRIENS ($\log_e$)

DES NOMBRES ENTIERS DE 1 A 100

NOMBRES.	LOGARITHMES DÉCIMAUX.	LOGARITHMES NÉPÉRIENS.	NOMBRES.	LOGARITHMES DÉCIMAUX.	LOGARITHMES NÉPÉRIENS.
1	0,00000	0,00000	31	1,49136	3,43398
2	0,30103	0,69314	32	1,50515	3,46573
3	0,47712	1,09861	33	1,51851	3,49650
4	0,60206	1,38629	34	1,53148	3,52636
5	0,69897	1,60943	35	1,54407	3,55534
6	0,77815	1,79175	36	1,55630	3,58351
7	0,84510	1,94591	37	1,56820	3,61091
8	0,90309	2,07944	38	1,57978	3,63758
9	0,95424	2,19722	39	1,59106	3,66356
10	1,00000	2,30258	40	1,60206	3,68887
11	1,04139	2,39789	41	1,61278	3,71357
12	1,07918	2,48490	42	1,62325	3,73766
13	1,11394	2,56494	43	1,63347	3,76120
14	1,14613	2,63905	44	1,64345	3,78418
15	1,17609	2,70805	45	1,65321	3,80666
16	1,20412	2,77258	46	1,66276	3,82864
17	1,23045	2,83321	47	1,67210	3,85014
18	1,25527	2,89037	48	1,68124	3,87120
19	1,27875	2,94413	49	1,69020	3,89182
20	1,30103	2,99573	50	1,69897	3,91202
21	1,32222	3,04452	51	1,70757	3,93182
22	1,34242	3,09104	52	1,71600	3,95124
23	1,36173	3,13549	53	1,72428	3,97029
24	1,38021	3,17805	54	1,73239	3,98898
25	1,39794	3,21887	55	1,74036	4,00733
26	1,41497	3,25809	56	1,74819	4,02535
27	1,43136	3,29583	57	1,75587	4,04305
28	1,44716	3,33220	58	1,76343	4,06044
29	1,46240	3,36729	59	1,77085	4,07753
30	1,47712	3,40119	60	1,77815	4,09434

NOMBRES.	LOGARITHMES DÉCIMAUX.	LOGARITHMES NÉPÉRIENS.	NOMBRES.	LOGARITHMES DÉCIMAUX.	LOGARITHMES NÉPÉRIENS.
61	1,78533	4,11087	81	1,90849	4,39445
62	1,79239	4,12713	82	1,91381	4,40672
63	1,79934	4,14313	83	1,91908	4,41884
64	1,80618	4,15888	84	1,92428	4,43082
65	1,81291	4,17439	85	1,92942	4,44265
66	1,81954	4,18965	86	1,93450	4,45435
67	1,82607	4,20469	87	1,93952	4,46591
68	1,83251	4,21951	88	1,94448	4,47734
69	1,83885	4,23411	89	1,94939	4,48864
70	1,84510	4,24850	90	1,95424	4,49981
71	1,85126	4,26268	91	1,95904	4,51086
72	1,85733	4,27667	92	1,96379	4,52170
73	1,86332	4,29046	93	1,96848	4,53260
74	1,86923	4,30407	94	1,97313	4,54329
75	1,87506	4,31749	95	1,97772	4,55388
76	1,88081	4,33073	96	1,98227	4,55435
77	1,88649	4,34381	97	1,98677	4,50471
78	1,89209	4,35671	98	1,99123	4,58497
79	1,89763	4,36945	99	1,99564	4,59512
80	1,90309	4,38203	100	2,00000	4,60517

Connaissant le logarithme d'un nombre n dans un système, on trouve son logarithme dans l'autre système à l'aide des formules suivantes :

$$\log_e n = 2{,}3025851 \log n.$$
$$\log n = 0{,}434294482 \log_e n.$$

Propriétés des logarithmes. — Celles dont on fait le plus souvent usage sont résumées dans les formules suivantes :

$$\log ab = \log a + \log b.$$
$$\log \frac{a}{b} = \log a - \log b.$$
$$\log a^b = b \log a.$$
$$\log \sqrt[b]{a} = \frac{\log a}{b}.$$

Intérêts. — *Intérêts simples.* — Soit i le taux (somme rapportée par 1 franc pendant un an); A la somme placée pendant n années rapportera Ain francs et deviendra $A(1+in)$.

Escompte commercial ou *en dehors.* — Pour avancer le payement d'une somme A de n années, on ne paye que $A(1-in)$.

Escompte en dedans. — Une somme A exigible dans n années est représentée actuellement par une somme A' telle que placée au taux i pendant le temps n, elle devienne égale à A. Elle est donc égale à :

$$A' = \frac{A}{1+in}.$$

Intérêts composés. — Un capital A placé à intérêts composés pendant n années devient :

$$A' = A(1+i)^n.$$

Annuités. — Une somme a que l'on s'engage à payer chaque année pendant n années a une valeur actuelle A donnée par l'équation :

$$A = \frac{a}{i}\left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right].$$

FORMULES GÉOMÉTRIQUES

Longueurs.

CARRÉ. Diagonale $= c\sqrt{2} = 1{,}414\,c$ (c côté du carré).

CIRCONFÉRENCE $= 2\pi r$ (r rayon).

ARC DE CIRCONFÉRENCE DE $n^\circ = \dfrac{\pi n r}{180}$.

Surfaces.

CERCLE $= \pi r^2 = \dfrac{\pi d^2}{4}$.

ELLIPSE $= \pi ab$ (a est le demi-grand axe et b le demi-petit axe).

CYLINDRE (surface latérale) $= sl$ (s contour, l génératrice).

CÔNE (surface latérale) $= \dfrac{sl}{2}$ (s contour, l génératrice).

TRONC DE CÔNE (surface latérale) $= \left(\dfrac{s+s'}{2}\right) l$

(s et s' contours des bases, l génératrice).

SPHÈRE $= 4$ grands cercles $= 4\pi r^2$.

ZONE SPHÉRIQUE $= 2\pi rh$ (h hauteur de la zone).

CALOTTE SPHÉRIQUE $= 2\pi rh$ (h hauteur de la calotte).

Volumes.

Pyramide et cône $= \dfrac{Bh}{3}$ (B surface de la base, h hauteur).

Cylindre $= Bh$.

Tronc de pyramide à bases parallèles $= \dfrac{1}{3}\, h\, (B + B' + \sqrt{BB'})$.

(B et B′, surfaces des bases du tronc de pyramide).

Tronc de cône droit à bases parallèles $= \dfrac{1}{3}\, \pi h\, (r^2 + r'^2 + rr')$

(r et r', rayons des bases).

Sphère $= \dfrac{4}{3}\, \pi r^3 = 4{,}19 r^3$.

Segment sphérique $= \left(\dfrac{B + B'}{2}\right) h + \dfrac{1}{6}\, \pi h^3$.

(B et B′, surfaces des bases ; h hauteur de la zone).

Calotte sphérique $= \dfrac{1}{3}\, \pi h^2\, (3r - h)$.

Ellipsoïde $= \dfrac{4}{3}\, \pi abc$ (a, b, c, demi-axes de l'ellipsoïde).

Surface de révolution, engendrée par une aire S située dans le plan de l'axe de rotation, a pour volume le produit de cette surface par la circonférence engendrée par le centre de gravité. Si d est la distance du centre de gravité à l'axe de rotation, le volume engendré $V = 2\pi d S$.

APOTHÈMES, RAYONS ET SURFACES DES POLYGONES RÉGULIERS INSCRITS EN FONCTION DU CÔTÉ

NOM DU POLYGONE.	NOMBRE DE CÔTÉS.	ANGLE INTERNE.	APOTHÈME.	RAYON.	SURFACE.
Triangle équilatéral	3	60°	0,288	0,576	0,433
Carré	4	90	0,500	0,706	1,000
Pentagone	5	108	0,688	0,850	1,720
Hexagone	6	120	0,866	1,000	2,590
Octogone	8	135	1,207	1,305	4,838
Décagone	10	144	1,539	1,618	7,694
Dodécagone	12	150	1,866	1,930	11,196

FORMULES TRIGONOMÉTRIQUES

$$\sin a = 2 \sin \frac{1}{2} a \cos \frac{1}{2} a;$$

$$\operatorname{tg} a = \frac{\sin a}{\cos a}; \qquad \cot a = \frac{1}{\operatorname{tg} a}$$

$$\operatorname{tg} a = \frac{1 - \cos 2a}{\sin 2a}$$

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin a = \pm \frac{\operatorname{tg} a}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 a}}$$

$$\cos a = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 a}}$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\operatorname{tg} 2a = \frac{2 \operatorname{tg} a}{1 - \operatorname{tg}^2 a}$$

$$\cos a = 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} a$$

$$\cos a = -1 + 2 \cos^2 \frac{1}{2} a$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}$$

$$\operatorname{tg}^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}$$

$$\sin \frac{1}{2} a = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}}$$

$$\cos \frac{1}{2} a = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} a = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 a}}{\operatorname{tg} a}$$

$$\sin (a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin (a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos (a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos (a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\operatorname{tg}(a+b)=\frac{\operatorname{tg} a+\operatorname{tg} b}{1-\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}$$

$$\operatorname{tg}(a-b)=\frac{\operatorname{tg} a-\operatorname{tg} b}{1+\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}$$

$$\sin a+\sin b=2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\sin a-\sin b=2 \sin \frac{a-b}{2} \cos \frac{a+b}{2}$$

$$\cos a+\cos b=2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\cos a-\cos b=-2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$$

$$\operatorname{tg}(a+b)=\frac{\operatorname{tg} a+\operatorname{tg} b}{1-\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}$$

$$\operatorname{tg}(a-b)=\frac{\operatorname{tg} a-\operatorname{tg} b}{1+\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}$$

$$\sin a \sin b=\frac{1}{2} \cos (a-b)-\frac{1}{2} \cos (a+b)$$

$$\cos a \cos b=\frac{1}{2} \cos (a-b)+\frac{1}{2} \cos (a+b)$$

$$\sin a \cos b=\frac{1}{2} \sin (a-b)+\frac{1}{2} \sin (a+b)$$

$$\frac{\sin a \pm \sin b}{\cos a+\cos b}=\operatorname{tg} \frac{a \pm b}{2}$$

$$\frac{\sin a \pm \sin b}{\cos a-\cos b}=-\cot \frac{a \pm b}{2}$$

Pour $a+b+c=180^\circ$, on a :

$$\sin a+\sin b+\sin c=4 \cos \frac{1}{2} a \cos \frac{1}{2} b \cos \frac{1}{2} c.$$

RÉSOLUTION DES TRIANGLES

A, B, C sont les angles; a, b, c, les côtés opposés.

Triangles rectangles. — L'hypoténuse est c et l'angle droit C.

$$A = 90^0 - B; \quad B = 90^0 - A.$$

Premier cas. — On donne l'hypoténuse et un angle (c, A).

$$a = c \sin A; \; b = c \cos A.$$

Deuxième cas. — On donne l'hypoténuse et un côté (c, a).

$$\sin A = \frac{a}{c}; \; b = a \operatorname{cotg} A = \sqrt{(c+a)(c-a)}.$$

Troisième cas. — On donne un côté et un angle (a, B) ou (a, A).

$$c = a \cos B = a \sin A;$$
$$b = a \operatorname{tang} B = a \operatorname{cotg} A.$$

Quatrième cas. — On donne les deux côtés (a, b).

$$\operatorname{tang} A = \frac{a}{b}; \; c = \frac{a}{\sin A};$$
$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Triangles quelconques. — On a :

$$A + B + C = 180^0;$$
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C};$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

Premier cas. — On donne un côté et deux angles.

3e angle $= 180^0$ — la somme des deux autres.

$$a = \frac{b}{\sin B} \sin A; \quad b = \frac{a}{\sin A} \sin B;$$

$$c = \frac{b}{\sin B} \sin C = \frac{a}{\sin A} \sin C.$$

Deuxième cas. — On donne deux côtés et l'angle opposé à l'un d'eux (a, b, A).

$$\sin B = \frac{b \sin A}{a};$$

$$C = 180^0 - (A + B);$$

$$c = \frac{a \sin C}{\sin A}.$$

Troisième cas. — On donne deux des côtés et l'angle compris (a, b, C)

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A - B) = \frac{a - b}{a + b} \cot g \frac{1}{2} C.$$

Connaissant $\frac{1}{2}(A - B)$, on a alors :

$$A = \left(90^0 - \frac{1}{2} C\right) + \frac{1}{2}(A - B);$$

$$B = \left(90^0 - \frac{1}{2} C\right) - \frac{1}{2}(A - B);$$

$$c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \frac{b \sin C}{\sin B} = \frac{(a + b) \sin \frac{1}{2} C}{\cos \frac{1}{2}(A - B)}.$$

Quatrième cas. — On donne les trois côtés (a, b, c).

On pose :

$$m = \frac{a + b + c}{2}$$

et l'on en tire :

$$\sin \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{(m - b)(m - c)}{bc}};$$

$$\cos \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{m(m - a)}{bc}}.$$

$$\sin \frac{1}{2} B = \sqrt{\frac{(m - a)(m - c)}{ac}}$$

De même pour les autres angles B et C.

TABLE DES SINUS ET DES TANGENTES

DEGRÉS.	SINUS.	TANGENTES.	DEGRÉS.	SINUS.	TANGENTES.
1	0,017	0,017	46	0,719	1,036
2	0,035	0,035	47	0,731	1,073
3	0,052	0,052	48	0,743	1,111
4	0,070	0,070	49	0,755	1,151
5	0,087	0,088	50	0,766	1,192
6	0,105	0,105	51	0,777	1,236
7	0,122	0,123	52	0,788	1,281
8	0,139	0,141	53	0,799	1,328
9	0,157	0,159	54	0,809	1,377
10	0,174	0,177	55	0,819	1,429
11	0,191	0,195	56	0,829	1,483
12	0,208	0,213	57	0,839	1,541
13	0,225	0,231	58	0,848	1,601
14	0,242	0,250	59	0,857	1,665
15	0,259	0,268	60	0,866	1,733
16	0,276	0,287	61	0,875	1,805
17	0,293	0,306	62	0,883	1,882
18	0,309	0,325	63	0,891	1,964
19	0,326	0,345	64	0,899	2,052
20	0,342	0,364	65	0,906	2,146
21	0,359	0,384	66	0,914	2,248
22	0,375	0,404	67	0,921	2,358
23	0,391	0,425	68	0,927	2,477
24	0,407	0,445	69	0,934	2,607
25	0,423	0,467	70	0,940	2,750
26	0,439	0,488	71	0,946	2,907
27	0,454	0,510	72	0,951	3,081
28	0,470	0,532	73	0,956	3,274
29	0,485	0,555	74	0,961	3,481
30	0,500	0,578	75	0,966	3,736
31	0,515	0,601	76	0,970	4,016
32	0,530	0,625	77	0,974	4,337
33	0,545	0,650	78	0,978	4,711
34	0,559	0,675	79	0,982	5,152
35	0,574	0,701	80	0,985	5,681
36	0,588	0,727	81	0,988	6,326
37	0,602	0,754	82	0,990	7,130
38	0,616	0,782	83	0,992	8,164
39	0,629	0,810	84	0,994	9,541
40	0,643	0,839	85	0,996	11,468
41	0,656	0,870	86	0,997	14,361
42	0,669	0,901	87	0,998	19,188
43	0,682	0,933	88	0,999	28,877
44	0,695	0,966	89	0,999	58,261
45	0,707	1,000	90	1,000	∞

TABLEAU SYNOPTIQUE DES MONNAIES FRANÇAISES

VALEURS NOMINALES.		DIAMÈTRE EN MILLIMÈTRES.	NOMBRE DE PIÈCES AU KILOGRAMME.	POIDS DROIT EN GRAMMES.	TITRE LÉGAL.	TOLÉRANCE DE TITRE EN MILLIÈMES.	TOLÉRANCE DE POIDS EN MILLIÈMES.
OR.	100	35	31	32,25806	900	± 1	1
	50	28	62	16,12903			1
	20	21	155	6,45161			2
	10	19	310	3,22580			2
	5	17	620	1,61290			3
ARGENT. .	5	37	40	25	900	± 2	3
	2	27	100	10	835	± 3	5
	1	23	200	5	835		5
	0,50. . .	18	400	2	835		7
	0,20. .	16	1000	1	835		10
BRONZE . .	0,10. . .	30	100	10	Cuivre . . 95	Cuivre . 1 %	»
	0,05. . .	25	200	5	Étain. . . 4	Zinc. } 0,5 %	»
	0,02. . .	20	500	2	Zinc.. . . 1	Étain. } 0,5 %	»
	0,01. . .	15	1000	1	100		»

MONNAIES ÉTRANGÈRES

Belgique, Grèce, Italie, Suisse. — Ces quatre nations sont constituées depuis 1880 à l'état d'Union pour ce qui regarde les espèces monnayées d'or et d'argent, conformément au tableau synoptique de la page 133.

Allemagne. — Monnaie de compte : *Reichs-mark de* 100 *pfennig* = 1^{fr},2345. Les pièces d'or sont de 20, 10 et 5 marks; les pièces d'argent de 5, 2, 1, 1/2 et 1/5 mark.

Valeur au pair :

	francs.
1 *mark*	= 1,11
1 *pfennig*	= 0,011

Angleterre. — Monnaie de compte : *Souverain* ou livre sterling = 25^{fr},22. La livre vaut 20 *shillings*, le shilling vaut 12 *pence*. Les monnaies d'or sont le souverain et le demi-souverain. Les monnaies d'argent sont la couronne de 5 shillings, la 1/2 couronne, le florin de 2 shillings, le shilling, les pièces de 6, 4, 3, 2 pence et 1 penny.

	francs.
1 *livre* ou *souverain*	= 25,22
1 *shilling*	= 1,26
1 *penny*	= 0,105

On compte aussi quelquefois par *guinées* = 21 shillings = 26^{fr},48.

Autriche. — Monnaie de compte : *Florin* de 100 kreutzers = 2^{fr},4691 ; 8 florins = 20 fr. ; 4 florins = 10 fr. ; 1 ducat = 11^{fr},85.

Espagne. — Monnaie de compte : 1 *peseta* = 1 fr.; 1 *real* = 1/4 de peseta.

Pays-Bas. — Monnaie de compte : *Florin* de 100 cents = 2^{fr},10.

Portugal. — Monnaie de compte : *Milreïs* = 5^{fr},60.

Russie. — Monnaie de compte : *Rouble* de 100 kopecks = 4 fr.

Suède et **Norvège.** — Monnaie de compte : *Krona* de 100 ore = 1^{fr},3888.

Indes anglaises. — *Roupie* = 2^{fr},3757.

États-Unis. — Monnaie de compte : *Dollar* de 100 cents = 5^{fr},1825.

Brésil. — Monnaie de compte : *Milreïs* = 2^{fr},83.

FORMULES PHYSIQUES

Formules de la chute des corps et du pendule. — t, temps en secondes ; e, espace parcouru au bout du temps t; v, vitesse au bout du temps t; h, hauteur de chute ; g, accélération due à la pesanteur ; l, longueur du pendule :

$$v = gt\,; \qquad v = \sqrt{2gh}$$

$$e = \frac{1}{2}\,gt^2\,; \qquad t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

(Voy. les valeurs de g et de l dans la 2e partie, page 34.)

Moments d'inertie. — Le *moment d'inertie* d'un corps est la somme des produits obtenus en multipliant la masse de chacun des points matériels qui le composent par le carré de la distance de ce point autour de l'axe de rotation.

En le désignant par I on a :

$$I = \Sigma\, mr^2.$$

On nomme *bras d'inertie* ou *rayon de gyration* la distance à laquelle il faudrait concentrer la masse totale du corps tournant pour que le moment d'inertie reste le même. Si M est la masse totale, et R le rayon de gyration :

$$MR^2 = \Sigma\, mr^2, \text{ d'où } R^2 = \frac{\Sigma\, mr^2}{M}.$$

Il suffit, pour les corps homogènes, de déterminer le rayon de gyration pour en déduire le moment d'inertie.

Tige rectiligne. — Soit l la longueur de la tige.

Si l'axe est perpendiculaire à son extrémité : $R^2 = \frac{l^2}{3}$.

Si l'axe est perpendiculaire en son milieu : $R^2 = \frac{l^2}{12}$.

Tige en arc de cercle. — L'axe passe par le centre de l'arc du rayon et est perpendiculaire à son plan :

$$R^2 = r^2.$$

L'arc tourne autour d'un rayon passant en son milieu : $R^2 = \frac{r^2}{2}$.

Disque. — L'axe passe en son centre perpendiculairement à son plan :

$$R^2 = \frac{r^2}{2}.$$

Le disque tourne autour d'un de ses diamètres : $R^2 = \frac{r^2}{4}$.

Cône de révolution. — L'axe est l'axe de figure, le rayon de la base est r : $R^2 = \frac{3r^2}{10}$.

Sphère de rayon r tournant autour d'un diamètre :

$$R^2 = \frac{2}{5} r^2.$$

Formule du bifilaire. — Soit l la longueur des fils ; a leur distance supérieure ; b leur distance inférieure ; P le poids suspendu ; α l'angle de déviation. Le moment du couple exercé par le bifilaire, lorsqu'on change sa position d'équilibre, a pour valeur :

$$M = \frac{ab}{l} \cdot \frac{P}{g} \sin \alpha.$$

Pour de très petits angles, le sinus se confond avec l'arc ; le moment est alors proportionnel à la déviation. En pratique, on fait varier la valeur de ce moment et, par suite, la sensibilité, en agissant sur a.

VITESSES

Vitesse du son (en mètres par seconde) :

Dans l'air à 0°	330,9
— à 10°	337,2
Dans l'eau à 8°	1435,0
Dans la fonte	3480,0

L'augmentation de vitesse du son dans l'air est de $0^m,626$ par degré C.

Vitesse de la lumière (en kilomètres par seconde) :

Foucault (1862)	298 000
Cornu (1874)	300 400

Vitesse du vent, et pression exercée en kilogrammes par mètre carré :

	Vitesse en mètres.	Pression en kilogrammes.
Vent frais convenable pour les moulins	7	6
Vent très fort	15	30
Tempête	24	78
Grand ouragan	45	275

Vitesse moyenne des courroies des machines, en mètres par seconde :

Limite inférieure pour les transmissions à poulies et courroies		1,10
Vitesse pour les petites forces		1,50
Limites de vitesse dans les transmissions par câbles et par cordes	5,00 à	25,00
Vitesse des grandes courroies		6,10
Limite de vitesse des plus grandes courroies		9,15

Vitesse de translation absolue des inducteurs ou **des induits des générateurs électriques**, en mètres par seconde.

La machine *Gramme*, type de 5 lumières, faisant 1300 tours par minute avec un anneau de 26 cm. de diamètre extérieur, a une vitesse de translation de 17,7 m. par seconde.

Dans les nouvelles machines à 12 pôles, les grandes dimensions de l'anneau ont permis d'atteindre une vitesse de 43 mètres par seconde pour la circonférence extérieure de l'anneau.

Dans la machine *Ferranti*, la vitesse de translation de la partie moyenne est de 38 mètres par seconde, celle de la circonférence extérieure est de 54 mètres par seconde.

Dans les machines *Siemens*, les petites bobines ne tournent pas à plus de 8 à 10 mètres; les grandes machines à courants alternatifs (induits sans fer) atteignent 32 mètres par seconde.

Toutes choses égales d'ailleurs, plus la vitesse de translation est grande, plus la machine est légère, et plus on peut réduire sa résistance intérieure.

Travail produit par les moteurs animés. — Un *homme* tournant une manivelle peut travailler 8 heures par jour et produire 6 kilogrammètres par seconde. Le travail journalier total est de 172 800 kilogrammètres.

En élevant son propre poids en montant une échelle ou un escalier, un homme peut produire 9,75 kgm. par seconde pendant 8 heures, soit un travail journalier de 280 800 kilogrammètres.

Un *cheval de trait* allant au pas, traînant une voiture ou un bateau à la vitesse de 1,10 mètre par seconde, développe 59,4 kgm. par seconde et peut produire en 8 heures 1 712 000 kgm.

Un cheval trottant et galopant doucement en tirant une voiture légère sur une voie ferrée à la vitesse de 4,37 m. par seconde, peut produire 61 kgm. par seconde pendant 4 heures, soit un travail journalier de 881 280 kgm.

POIDS SPÉCIFIQUES (*Wurtz et Rankine*)

POIDS EN GRAMMES D'UN CENTIMÈTRE CUBE A 0° C.

Métaux.

Iridium		22,38
Platine	21 à	22
Or	19 à	19,6
Plomb		11,4
Argent		10,5
Bismuth		9,82
Cuivre martelé		8,9
— laminé		8,8
— fondu		8.6
Cadmium laminé		8,69
Nickel fondu		8,57
Laiton fondu	7,8 à	8,4
— en fils		8,54
Acier	7,8 à	7,9
Fer		7,8
Étain	7,3 à	7,5
Zinc		7,19
Fonte		7,0
Sélénium noir		4,8
— rouge		4,5
Aluminium laminé		2,67
Magnésium		1,74
Sodium		0,97
Lithium		0,59
Maillechort		8,62
Bronze d'aluminium		7,7

Bois.

Acajou	0,56 à	0,85
Chêne	0,61 à	1,17
Ébène	1,12 à	1,21
Écorce de liège		0,24
Sapin	0,49 à	0,66
Noyer	0,68 à	0,92
Peuplier	0,39 à	0,51
Buis de France	0,91 à	0,98
Buis de Hollande		1,33
Poirier	0,66 à	0,76

Isolants.

Flint	3.	3,5
Crown		2,5
Verre vert		2,64
Ardoise		2,8
Marbre		2,7
Paraffine		0,87
Quartz		2,65
Porcelaine	2,15 à	2,3
Ivoire		1,8
Silice		1,7
Poix		1,65
Goudron		1,02
Caoutchouc de Hooper		1,18
Gutta-percha	0,97 à	0,98
Caoutchouc		0,93
Ebonite		1,15
Soufre octaédrique		2,07
— prismatique		1,97
Résine copal		1,05
Cire		0,96

Liquides.

Mercure	13,596
Brome (à 15°)	2,99
Sulfure de carbone	1,263
Eau de mer	1,026
Eau (à 4°)	1,000
Huile d'olive	0,915
Naphte	0,848
Alcool pur	0,791
Pétrole	0,878
Éther	0,716

Substances diverses.

Charbon Carré		1,62
— de cornue		1,91
Diamant		3,5
Coke	1,0 à	1,66
Glace (à 4°)		0,92
Neige non tassée		0,10

ARÉOMÈTRES BAUMÉ, CARTIER ET GAY-LUSSAC

POUR LES LIQUIDES PLUS LÉGERS QUE L'EAU. — DENSITÉS CORRESPONDANTES

Les degrés Gay-Lussac correspondent à la quantité °/₀ en volume d'alcool absolu pour un mélange d'eau et d'alcool à 15° C. (*Agenda du chimiste*).

DEGRÉS			POIDS SPÉCIFIQUE.	DEGRÉS			POIDS SPÉCIFIQUE.
BAUMÉ.	CARTIER.	GAY-LUSSAC.		BAUMÉ.	CARTIER.	GAY-LUSSAC.	
10	10	0	1,000			31	0,965
		1	0,999		15	32	0,964
		2	0,997			33	0,963
		3	0,996	16		34	0,962
		4	0,994			35	0,960
11	11	5	0,993			36	0,959
		6	0,992		16	37	0,957
		7	0,990			38	0,956
		8	0,989	17		39	0,954
		9	0,988			40	0,953
12		10	0,987		17	41	0,951
	12	11	0,986			42	0,949
		12	0,984	18		43	0,948
		13	0,983			44	0,946
		14	0,982			45	0,945
		15	0,981		18	46	0,943
		16	0,980	19		47	0,941
13		17	0,979			48	0,940
	13	18	0,978			49	0,938
		19	0,977	20	19	50	0,936
		20	0,976			51	0,934
		21	0,975			52	0,932
		22	0,974	21	20	53	0,930
14		23	0,973			54	0,928
		24	0,972			55	0,926
	14	25	9,971	22	21	56	0,924
		26	0,970			57	0,922
		27	0,969			58	0,920
		28	0,968	23	22	59	0,918
15		29	0,967			60	0,915
		30	0,966			61	0,913

DEGRÉS			POIDS SPÉCIFIQUE.	DEGRÉS			POIDS SPÉCIFIQUE.
BAUMÉ.	CARTIER.	GAY-LUSSAC.		BAUMÉ.	CARTIER.	GAY-LUSSAC.	
24	23	62	0,911			82	0,860
		63	0,909	34	32	83	0,857
25		64	0,906	35		84	0,854
	24	65	0,904		33	85	0,851
		66	0,902	36	34	86	0,848
26		67	0,899			87	0,845
	25	68	0,896	37	35	88	0,842
27		69	0,893	38	36	89	0,838
	26	70	0,891			90	0,835
28		71	0,888	39	37	91	0,832
	27	72	0,886			92	0,829
29		73	0,884	40	38	93	0,826
	28	74	0,881	41		94	0,822
30		75	0,879	42	39	95	0,818
		76	0,876	43	40	96	,814
31	29	77	0,874	44	41	97	0,810
		78	0,871	45	42	98	0,805
32	30	79	0,868	46	43	99	0,800
		80	0,865	47	44	100	0,795
33	31	81	0,863	48			0,791

NOTA. — Si la température est de $15^0 + n$, il faut retrancher $(0,4)\,n$ degrés alcoométriques pour avoir la richesse alcoolique. Il faut les ajouter au contraire si $t = 15^0 - n$.

Densités de l'eau aux températures ordinaires (*Rossetti*) :

Températures.	Densités.	Températures.	Densités.
0^0	0,999871	15^0	0,999160
2^0	0,999928	20^0	0,998259
4^0	1,000000	25^0	0,997120
6^0	0,999970	30^0	0,995765
8^0	0,999886	100^0	0,958650
10^0	0,999747		

ARÉOMÈTRES BAUMÉ ET BECK POUR LES LIQUIDES PLUS LOURDS QUE L'EAU

DENSITÉS CORRESPONDANTES (*Agenda du chimiste*).

DEGRÉS BAUMÉ OU BECK.	DENSITÉS CORRESPONDANTES		DEGRÉS BAUMÉ OU BECK.	DENSITÉS CORRESPONDANTES	
	BAUMÉ.	BECK.		BAUMÉ.	BECK.
0	1,0000	1,0000	37	1,3447	1,2782
1	1,0069	1,0059	38	1,3574	1,2879
2	1,0140	1,0119	39	1,3703	1,2977
3	1,0212	1,0180	40	1,3834	1,3077
4	1,0285	1,0241	41	1,3968	1,3178
5	1,0358	1,0303	42	1,4105	1,3281
6	1,0434	1,0366	43	1,4244	1,3386
7	1,0509	1,0429	44	1,4386	1,3492
8	1,0587	1,0494	45	1,4531	1,3600
9	1,0665	1,0559	46	1,4678	1,3710
10	1,0744	1,0625	47	1,4828	1,3821
11	1,0825	1,0692	48	1,4984	1,3934
12	1,0907	1,0759	49	1,5141	1,4050
13	1,0990	1,0828	50	1,5301	1,4167
14	1,1074	1,0897	51	1,5466	1,4286
15	1,1160	1,0968	52	1,5633	1,4407
16	1,1247	1,1039	53	1,5804	1,4530
17	1,1335	1,1111	54	1,5978	1,4655
18	1,1425	1,1184	55	1,6158	1,4783
19	1,1516	1,1258	56	1,6342	1,4912
20	1,1608	1,1333	57	1,6529	1,5044
21	1,1702	1,1409	58	1,6720	1,5179
22	1,1798	1,1486	59	1,6916	1,5315
23	1,1896	1,1565	60	1,7116	1,5454
24	1,1994	1,1644	61	1,7322	1,5596
25	1,2095	1,1724	62	1,7532	1,5741
26	1,2198	1,1806	63	1,7748	1,5888
27	1,2301	1,1888	64	1,7969	1,6038
28	1,2407	1,1972	65	1,8195	1,6190
29	1,2515	1,2057	66	1,8428	1,6346
30	1,2624	1,2143	67	1,839	1,6505
31	1,2736	1,2230	68	1,864	1,6667
32	1,2849	1,2319	69	1,885	1,6832
33	1,2965	1,2409	70	1,909	1,7000
34	1,3082	1,2500	71	1,935	
35	1,3202	1,2593	72	1,960	
36	1,3324	1,2680			

DENSITÉS

DES SOLUTIONS AQUEUSES D'ACIDE SULFURIQUE A 15° C. (*J. Kolb*).

DEGRÉS BAUMÉ.	DENSITÉS.	100 PARTIES EN POIDS CONTIENNENT			DEGRÉS BAUMÉ.	DENSITÉS.	100 PARTIES EN POIDS CONTIENNENT		
		SO^3 p. 100.	H^2SO^4 p. 100	Acide à 60° Baumé.			SO^3 p. 100.	H^2SO^4 p. 100.	Acide à 60° Baumé.
0	1,000	0,7	0,9	1,2	34	1,308	32,8	40,2	51,1
1	1,007	1,5	1,9	2,4	35	1,320	33,9	41,6	53,3
2	1,014	2,3	2,8	3,6	36	1,332	35,1	43,0	55,1
3	1,022	3,1	3,8	4,9	37	1,345	36,2	44,4	56,9
4	1,029	3,9	4,8	6,1	38	1,357	37,2	45,5	58,3
5	1,037	4,7	5,8	7,4	39	1,370	38,3	46,9	60,0
6	1,045	5,6	6,8	8,7	40	1,383	39,5	48,3	61,9
7	1,052	6,4	7,8	10,0	41	1,397	40,7	49,8	63,8
8	1,060	7,2	8,8	11,3	42	1,410	41,8	51,2	65,6
9	1,067	8,0	9,8	12,6	43	1,424	42,9	52,8	67,4
10	1,075	8,8	10,8	13,8	44	1,438	44,1	54,0	69,1
11	1,083	9,7	11,9	15,2	45	1,453	45,2	55,4	70,9
12	1,091	10,6	13,0	16,7	46	1,468	46,4	56,9	72,9
13	1,100	11,5	14,1	18,1	47	1,483	47,6	58,3	74,7
14	1,108	12,4	15,2	19,5	48	1,498	48,7	59,6	76,3
15	1,116	13,2	16,2	20,7	49	1,514	49,8	61,0	78,1
16	1,125	14,1	17,3	22,2	50	1,530	51,0	62,5	80,0
17	1,134	15,1	18,5	23,7	51	1,540	52,2	64,0	82,0
18	1,142	16,0	19,6	25,1	52	1,563	53,5	65,5	83,9
19	1,152	17,0	20,8	26,6	53	1,580	54,9	67,0	85,8
20	1,162	18,0	22,2	28,4	54	1,597	56,0	68,6	87,8
21	1,171	19,0	23,3	29,8	55	1,615	57,1	70,0	89,6
22	1,180	20,0	24,5	31,4	56	1,634	58,4	71,6	91,7
23	1,190	21,1	25,8	33,0	57	1,652	59,7	73,2	93,7
24	1,200	22,1	27,1	34,7	58	1,672	61,0	74,7	95,7
25	1,210	23,2	28,4	36,4	59	1,691	62,4	76,4	97,8
26	1,220	24,2	29,6	37,9	60	1,711	63,8	78,1	100,0
27	1,231	25,3	31,0	39,7	61	1,732	65,2	79,9	102,3
28	1,241	26,3	32,2	41,2	62	1,753	66,7	81,7	104,6
29	1,252	27,3	33,4	42,8	63	1,774	68,7	84,1	107,7
30	1,263	28,3	34,7	44,4	64	1,796	70,6	86,5	110,8
31	1,274	29,4	36,0	46,1	65	1,819	73,2	89,7	114,8
32	1,285	30,5	37,4	47,9	66	1,842	81,6	100,0	128,0
33	1,297	31,7	38,8	49,7					

DENSITÉS A + 15° C. DES SOLUTIONS D'ACIDE AZOTIQUE

DONNANT LEUR RICHESSE EN ACIDE ($AzHO^3$) OU EN ANHYDRIDE AZOTIQUE (Az^2O^5) %

DENSITÉS.	DEGRÉS DE L'ARÉOMÈTRE BAUMÉ.	COMPOSITION.	EAU %.	ACIDE RÉEL %. ($AzHO^3$).	ANHYDRIDE AZOTIQUE %. (Az^2O^5).	POINT D'ÉBULLITION.
1,522	49,3	$Az\,HO^3$	0	100,00	85,8	86°
1,486	46,5	+ 1/2 H^2O	11,25	88,75	75,1	99
1,452	45,0	H^2O	22,22	77,78	66,7	115
1,420	42,6	3/2 H^2O	30,00	70,00	60,1	123
1,390	40,4	2 H^2O	36,36	63,64	54,5	119
1,361	38,2	5/2 H^2O	41,67	58,33	50,1	117
1,338	36,5	3 H^2O	46,16	53,84	46,2	»
1,315	34,5	7/2 H^2O	50,00	50,00	42,9	113
1,297	33,2	4 H^2O	53,33	46,67	40,1	»
1,277	31,4	9/2 H^2O	56,25	43,75	37,6	»
1,260	29,7	5 H^2O	58,82	41,18	35,4	»
1,245	28,4	11/2 H^2O	61,11	38,89	33,4	»
1,232	27,2	6 H^2O	63,16	36,84	31,6	»
1,219	25,8	13/2 H^2O	65,00	35,00	30,1	»
1,207	24,7	7 H^2O	66,67	33,33	28,6	108
1,197	23,8	15/2 H^2O	68,18	31,82	27,3	»
1,188	22,9	8 H^2O	69,56	30,44	26,1	»
1,180	22,0	17/2 H^2O	70,83	29,17	25,0	»
1,173	21,0	9 H^2O	72,00	28,00	24,0	»
1,166	20,4	19/2 H^2O	73,08	26,92	23,1	»
1,160	19,9	10 H^2O	74,07	25,93	22,2	»
1,155	19,3	21/2 H^2O	75,00	25,00	21,4	envir. 104°

DENSITÉS DES SOLUTIONS DE SULFATE DE ZINC A 15° C. (*Gerlach*)

$SO^4Zn + 7\,H^2O$ POUR 100 EN POIDS.	DENSITÉS.	$SO^4Zn + 7\,H^2O$ POUR 100 EN POIDS.	DENSITÉS.
5	1,0288	35	1,2310
10	1,0593	40	1,2709
15	1,0905	45	1,3100
20	1,1236	50	1,3522
25	1,1574	55	1,3986
30	1,1933	60	1,4451

DENSITÉS DES SOLUTIONS DE SEL MARIN A + 15° C.
(*Gerlach*).

NaCl POUR 100 EN POIDS.	DENSITÉS.	NaCl POUR 100 EN POIDS.	DENSITÉS.
2	1,01450	16	1,11938
4	1,02900	18	1,13523
6	1,04366	20	1,15107
8	1,05851	22	1,16755
10	1,07335	24	1,18404
12	1,08859	26	1,20098
14	1,10384	26,395[1]	1,20433

[1] Saturation.

POIDS SPÉCIFIQUES DES GAZ ET DES VAPEURS
(*Berthelot*).

NOMS DES SUBSTANCES.	DENSITÉ PAR RAPPORT A L'AIR.	POIDS EN GRAMMES DU DÉCIMÈTRE CUBE A 0° ET A LA PRESSION DE 760 MILLIMÈTRES.
Air atmosphérique	1,000	1,2932
Oxygène	1,056	1,430
Hydrogène	0,06926	0,08958
Azote	0,9714	1,256
Chlore	2,47	3,18
Brome	5,54	7,16
Iode	8,716	11,30
Mercure	6,976	8,96
Ammoniaque	0,597	0,761
Oxyde de carbone	0,968	1,254
Acide carbonique	1,529	1,9774
Vapeur d'eau	0,6235	0,806
— d'alcool absolu	1,613	2,095
— d'éther sulfurique	2,586	3,395
— d'essence de térébenthine	5,013	6,512

DENSITÉS DES SOLUTIONS DE SULFATE DE CUIVRE A 15° C. (*Gerlach*)

$SO^4Cu + 5H^2O$ POUR 100 EN POIDS.	DENSITÉS.	$SO^4Cu + 5H^2O$ POUR 100 EN POIDS.	DENSITÉS.
2	1,0126	14	1,0923
4	1,0254	16	1,1063
6	1,0384	18	1,1208
8	1,0516	20	1,1354
10	1,0649	22	1,1501
12	1,0785	24	1,1659

BAROMÉTRIE

Formule exacte pour la réduction des hauteurs barométriques à 0°.

$$h = H\frac{5550}{5550+t}(1+kt).$$

h, hauteur réduite; H, hauteur observée; *t*, temp. de l'expérience; *k*, coefficient de dilatation linéaire de l'échelle.

Pour le laiton . . . . $k = 0,000018782$ par degré C.
— cristal . . . . $k = 0,000075670$ —

HAUTEUR MOYENNE DE LA COLONNE BAROMÉTRIQUE
AUX DIVERSES ALTITUDES

ALTITUDE.	HAUTEUR BAROMÉTRIQUE.	ALTITUDE.	HAUTEUR BAROMÉTRIQUE.
mètres.	millimètres.	mètres.	millimètres.
0	762	1147	660
21	760	1269	650
127	750	1393	640
234	740	1519	630
342	730	1647	620
453	720	1777	610
564	710	1909	600
678	700	2043	590
793	690	2180	580
909	680	2318	570
1027	670	2460	560

THERMOMÉTRIE

ÉCHELLES THERMOMÉTRIQUES FAHRENHEIT ET CENTIGRADE

FAHRENH.	CENTIGRADE.	FAHRENH.	CENTIGRADE.	FAHRENH.	CENTIGRADE.
— 4°	— 20,00°	33°	0,56°	70°	21,11°
— 3	— 19,44	34	1,11	71	21,67
— 2	— 18,89	35	1,67	72	22,22
— 1	— 18,33	36	2,22	73	22,78
0	— 17,78	37	2,78	74	23,33
1	— 17,22	38	3,33	75	23,89
2	— 16,67	39	3,89	76	24,44
3	— 16,11	40	4,44	77	25,00
4	— 15.56	41	5,00	78	25,56
5	— 15,00	42	5,56	79	26,11
6	— 14,44	43	6,11	80	26,67
7	— 13,89	44	6,67	81	27,22
8	— 13,33	45	7,22	82	27,78
9	— 12,78	46	7,78	83	28,33
10	— 12,22	47	8,33	84	28,89
11	— 11,67	48	8,89	85	29,44
12	— 11,11	49	9,44	86	30,00
13	— 10,56	50	10,00	87	30,56
14	— 10,00	51	10,56	88	31,11
15	— 9,44	52	11,11	89	31,67
16	— 8,89	53	11,67	90	32,22
17	— 8,33	54	12,22	91	32,78
18	— 7,78	55	12,78	92	33,33
19	— 7,22	56	13,33	93	33,89
20	— 6,67	57	13,89	94	34,44
21	— 6,11	58	14,44	95	35,00
22	— 5,56	59	15,00	96	35,56
23	— 5,00	60	15,56	97	36,11
24	— 4,44	61	16,11	98	36,67
25	— 3,89	62	16,67	99	37,22
26	— 3,33	63	17,22	100	37,78
27	— 2,78	64	17,78	101	38,33
28	— 2,22	65	18,33	102	38,89
29	— 1,67	66	18,89	103	39,44
30	— 1,11	67	19,44	104	40,00
31	— 0,56	68	20,00	105	40,56
32	0,00	69	20,56	106	41,11

ÉVALUATION DES TEMPÉRATURES ÉLEVÉES

PAR LA COULEUR DU PLATINE, EN DEGRÉS CENTIGRADE (*Pouillet*)

COULEUR DU PLATINE.	TEMPÉRATURE CORRESPONDANTE.	COULEUR DU PLATINE.	TEMPÉRATURE CORRESPONDANTE.
Rouge naissant. .	525^0	Orangé foncé . .	1100^0
Rouge sombre. .	700	Orangé clair . . .	1200
Cerise naissant . .	800	Blanc.	1300
Cerise	900	Blanc soudant . .	1400
Cerise clair. . . .	1000	Blanc éblouissant .	1500

COEFFICIENTS DE DILATATION LINÉAIRE DE QUELQUES SOLIDES

POUR 1^0 ENTRE 0^0 ET 100^0 C.

CORPS.	COEFFIC.	CORPS.	COEFFIC.
	0,0000		0,0000
Acier.	11500	Glace de — 27 à — 1. .	51813
— trempé	12250	Granit.	08625
Aluminium.	22239	Gypse.	14010
Argent.	19097	Marbre blanc.	10720
Bois de sapin.	03520	— noir.	04260
Briques	05502	Or.	15136
Bronze.	18492	Platine.	08842
Charbon de bois de sapin	10000	Plomb	28484
Cuivre jaune (laiton). . .	18782	Spath fluor.	20700
— rouge	17182	Verre en tubes	08969
Étain.	21730	— en verges pleines. .	09220
Fer	11821	— en règle.	08613
— en fil.	14401	— glaces (St-Gobain).	08909
Fonte	11100	— flint	08167
		Zinc.	29680

COEFFICIENT DE DILATATION CUBIQUE DU MERCURE

Absolu entre 0^0 et 100^0 $K = \frac{1}{5550} = 0{,}00018018$

Apparent dans le verre : $\frac{1}{6480} = 0{,}0001544$.

POINTS DE FUSION ET D'ÉBULLITION DES CORPS USUELS

(Les points d'ébullition sont établis à la pression 760.)

SUBSTANCES.	FUSION.	ÉBULLITION.
Acide carbonique	»	— 78°
— stéarique	70°	»
— sulfureux	— 79,2	— 10
Acier	1300 à 1400	»
Alcool absolu	< — 90	78,3
Alliages (voy. *Alliages fusibles*)	»	»
Aluminium	600	»
Antimoine	440	»
Argent	1000	»
Arsenic	210	»
Azotate d'argent	198	»
Benzine	7	80,8
Beurre	30	»
Bismuth	265	»
Brome	— 7,5	63
Bronze	900	»
Cadmium	320	860
Chlorure de sodium (dissolution saturée)	»	108
Cire jaune	76,2	»
— blanche	68,7	»
Cuivre	1050	»
Eau de mer	— 2,5	103,7
— distillée	0	100
Essence de térébenthine	— 10	156,8
Ether sulfurique	— 32	35,5
Fer	1500 à 1600	»
Fonte de fer	1050 à 1200	»
Huile de lin	— 20	387,5
— d'olive	2,5	»
— de palme	29	»
Iode	107	176
Mercure	— 39,5	350
Or fin	1250	»
Or à 900/1000^e	1180	»
Paraffine	43,7	370
Pétrole	»	106
Phosphore	44,2	290
Platine	2000	»
Plomb	335	»
Potasse caustique (dissolution saturée)	»	175
Sélénium	217	665
Soufre	114,5	400
Spermaceti	49	»
Stéarine	61	»
Succin	288	»
Sucre de canne	160	»
Suif	33	»
Sulfure de carbone	»	48
Zinc	412	1040

CHALEUR DÉGAGÉE PAR L'OXYDATION DE 1 GRAMME (*Everett*)
En calories (gramme-degré).

SUBSTANCES.	COMPOSÉ FORMÉ.	CHALEUR DÉGAGÉE.
Hydrogène	H^2O	34 000
Carbone	CO^2	8 000
Soufre	SO^2	2 300
Phosphore	Ph^2O^5	5 747
Zinc	ZnO	1 301
Fer	Fe^3O^4	1 576
Étain	SnO^2	1 233
Cuivre	CuO	602
Oxyde de carbone	CO^2	2 420
Gaz des marais	$CO^2 + H^2O$	13 100
Gaz oléfiant	»	11 900
Alcool	»	6 900

CHALEUR DÉGAGÉE PAR LA CHLORURATION DE 1 GRAMME (*Everett*)

SUBSTANCES.	COMPOSÉ FORMÉ.	CHALEUR DÉGAGÉE.
Hydrogène	HCl	23 000
Potassium	KCl	2 655
Zinc	$ZnCl^2$	1 529
Fer	Fe^2Cl^6	1 745
Étain	$SnCl^4$	1 079
Cuivre	$CuCl^2$	961

Chaleur dégagée (+) ou absorbée (—) par les actions chimiques (*Favre et Silbermann*). (Les chiffres se rapportent à l'équivalent en grammes par rapport à celui de l'hydrogène pris pour unité et non à l'unité de poids, et sont exprimés en calories (g.-d.).

Oxydation du zinc amalgamé	+ 42 800
Combinaison de l'oxyde de zinc avec l'acide sulfurique	+ 10 450
Décomposition de l'eau	— 34 450
Décomposition du sulfate de cuivre	— 29 600

Décomposition de l'acide azotique :

a. Bioxyde d'azote et oxygène.	— 6 880
b. Acide azoteux et oxygène	— 13 650

Combinaisons :

Chlorure de zinc (dissous)	+ 56 400
Bioxyde de cuivre (solide)	+ 19 000
Chlorure d'argent (solide)	+ 29 200
Oxyde de cadmium hydraté (solide)	+ 33 200
Oxyde de plomb anhydre (Pb + O)	+ 25 500
Oxyde de plomb hydraté (Pb + O + HO). . .	+ 26 700
Protoxyde de fer hydraté (Fe + O)	+ 34 500

Chaleur dégagée par la combustion du gaz d'éclairage. — La combustion *complète* d'un mètre cube de gaz d'éclairage dégage 8000 calories (kg.-d.). On compte en pratique, dans les becs de ville, à cause de la combustion *incomplète*, 5000 calories par mètre cube. Avec les becs qui brûlent 100 litres par bec Carcel, la chaleur dégagée est de 500 calories (kg.-d.) par heure et par bec Carcel. Les puissants foyers Siemens (40 litres par carcel) dégagent 200 calories (kg.-d.) par heure et par bec.

Chaleur dégagée par la lumière électrique (en négligeant la combustion des charbons, en calories (kg.-d.) par heure et par bec Carcel).

Les petits foyers à incandescence dégagent environ . . .	40
Les foyers moyens à arc (bougie-)	20
Les puissants foyers à arc.	5

Comme 1 cheval-heure correspond à 270 000 kgm. ou 637 calories (kg.-d.), les chiffres ci-dessus supposent que la lumière produite par cheval d'énergie électrique est de :

Pour les petits foyers à incandescence	16 becs Carcel
— foyers moyens à arc	32 —
— puissants foyers à arc	128 —

Ce qui correspond bien aux chiffres moyens fournis par les expériences.

Chaleur de vaporisation. — En calories (g.-d.) par gramme, à la pression 760 :

Eau.	537	Acide acétique.	102
Alcool méthylique. . .	264	Ether sulfurique. . . .	91
— ordinaire. . . .	208	Essence de térébenthine.	69

Chaleurs de fusion. — En calories (g.-d.) par gramme :

Eau	79,25	Étain . . .	14,25	Phosphore .	5,03
Zinc . . .	28,13	Soufre . .	9,37	Mercure . .	2,82

Chaleurs spécifiques. — *Solides et liquides :*
En calories (g.-d.) par gramme.

Argent	0,0570	Platine	0,3240
Cuivre	0,0952	Plomb	0,0314
Étain	0,0362	Soufre	0,1776
Fer	0,1138	Zinc	0,0956
Mercure	0,0319	Glace	0,5040
Nickel	0,1092	Eau	1,0000
Or	0,0324	Alcool	0,5475

Corps gazeux (chaleur spécifique à pression constante).

Air	0,2374	Ammoniaque	0,5084
Oxygène	0,2175	Acide carbonique . .	0,2169
Hydrogène	3,4090	— sulfureux . .	0,1544

RÉSISTANCES

LISTE DES CORPS USUELS

DANS LEUR ORDRE DE CONDUCTIBILITÉ ÉLECTRIQUE DÉCROISSANTE
OU DE LEUR RÉSISTANCE CROISSANTE (*Culley*)

CORPS DITS CONDUCTEURS.	CORPS DITS SEMI-CONDUCTEURS.	CORPS DITS ISOLANTS OU DIÉLECTRIQUES.
Argent.	Charbon de bois et coke.	Laine.
Cuivre.	Acides.	Soie.
Or.	Dissolutions salines.	Verre [2].
Zinc.	Eau de mer.	Cire à cacheter.
Platine.	Air raréfié [1].	Soufre.
Fer.	Glace fondante.	Résine.
Étain.	Eau pure.	Gutta-percha.
Plomb.	Pierre.	Caoutchouc.
Mercure.	Glace non fondante.	Gomme laque.
	Bois sec	Paraffine.
	Porcelaine.	Ébonite.
	Papier sec.	Air sec.

[1] La place de l'air raréfié dans cette liste dépend du degré de raréfaction.
[2] Certaines variétés de verre bien sec isolent mieux que la gutta-percha.

Résistance des métaux et alliages. — Le tableau ci-dessous permet, lorsqu'on connaît la longueur et la section transversale d'un conducteur d'une nature donnée, ou sa longueur et son diamètre si le conducteur est circulaire, ou sa longueur et son poids, de calculer sa résistance à 0° C. Il suffit pour cela de se rappeler que la résistance d'un conducteur est proportionnelle à sa longueur, inversement proportionnelle à sa section, inversement proportionnelle au carré de son diamètre, et inversement proportionnelle à son poids. Suivant les données dont on dispose, on fait usage de l'un des trois coefficients α, α' ou α'' en ayant soin d'exprimer les longueurs, les sections, les diamètres et les poids en unités convenables.

RÉSISTANCE DES MÉTAUX ET ALLIAGES USUELS A 0° C. (*Matthiessen*)

NOM DES MÉTAUX.	Résistance d'un centimètre cube entre ses faces opposées. (Résistance spécifique.) (α)	Résistance d'un fil d'un mètre de long et d'un millimètre de diamètre. (α')	Résistance d'un fil long d'un mètre pesant 1 gramme. (α'')	Quantité pour 100 d'augmentation de résistance par degré centigrade.
	Microhms.	Ohms.	Ohms.	Ohms.
Argent recuit. . . .	1,521	0,01937	0,1544	0,377
— écroui. . . .	1,652	0,02103	0,1680	»
Cuivre recuit. . . .	1,616	0,02057	0,1440	0,388
— écroui. . . .	1,652	0,02104	0,1469	»
Or recuit.	2,081	0,02650	0,4080	0,365
— écroui.	2,118	0,02697	0,4150	»
Aluminium recuit. .	2,945	0,03751	0,0757	»
Zinc comprimé . . .	5,689	0,07244	0,4067	0,365
Platine recuit. . . .	9,158	0,1166	1,9600	»
Fer recuit	9,825	0,1251	0,7654	0,63
Nickel recuit. . . .	12,60	0,1604	1,0710	»
Étain comprimé. . .	13,36	0,1701	0,9738	0,365
Plomb comprimé. .	19,85	0,2526	2,257	0,387
Antimoine comprimé	35,90	0,4571	2,411	0,389
Bismuth comprimé. .	132,7	1,6890	13,030	0,354
Mercure liquide. . .	96,19[1]	1,2247	13,060	0,072
2 argent. 1 platine. .	24,66	0,3140	2,959	0,031
Argent allemand. . .	21,17	0,2695	1,850	0,044
2 or. 1 argent. . . .	10,99	0,1399	1,668	0,065

[1] Résistance spécifique légale : 94,34 microhms.

CONDUCTIBILITÉ RELATIVE DU CUIVRE

ALLIÉ A DES SUBSTANCES ÉTRANGÈRES. — CUIVRE PUR = 100 (*Matthiessen*)

SUBSTANCES ALLIÉES AU CUIVRE PUR.	CONDUCTIBILITÉ PAR RAPPORT AU CUIVRE	TEMPÉRATURE CENTIGRADE.
0,5 % de carbone.	77,87	18°,3
0,18 — de soufre.	92,08	19,4
0,13 — de phosphore.	70,34	20,0
0,95 — —	24,16	22,1
2,5 — —	7,52	17,5
Cuivre avec des traces d'arsenic	60,08	19,7
2,8 % d'arsenic	13,66	19,3
5,4 — —	6,42	16,8
Cuivre avec des traces de zinc	88,41	19,0
1,6 % de zinc.	79,37	16,8
3,2 — —	59,23	10,3
0,48 — de fer.	35,92	11,2
1,66 — —	28,01	13,1
1,33 — d'étain	50,44	16,8
2,52 — —	33,93	17,1
4,9 — —	20,24	14,4
1,22 — d'argent.	90,34	20,7
2,45 — —	82,52	19,7
3,5 — d'or.	67,94	18,1
10,0 — d'aluminium.	12,68	14,0

CONDUCTIBILITÉ DE CUIVRES DE DIVERSES PROVENANCES (*Matthiessen.*)

SUBSTANCES.	CONDUCTIBILITÉ	TEMPÉRATURE.
Cuivre pur.	100	0°
Espagne (Rio-Tinto).	14,24	14,8
Russie.	59,34	12,7
Australie.	88,86	14,0
Amérique.	92,57	15,0
Fil de cuivre poli.	72,27	15,7
— dur.	71,03	17,3

Influence de la température sur la résistance des métaux (*Matthiessen*). — La rés. des métaux augmente avec la température d'après la formule empirique suivante :

$$R = r\,(1 + at + bt^2).$$

R résistance à la température t.
r résistance à 0^0 C.
t température en degrés C.
a et b coefficients numériques dont voici quelques valeurs :

	$a.$	$b.$
Métaux très purs	+ 0,003 824	+ 0,000 001 26
Mercure.	0,000 748 5	— 0,000 000 398
Argent allemand.	0,000 443 3	+ 0,000 000 152
Alliage d'argent et de platine. .	0,000 31	»
Alliage d'argent et d'or.	0,000 699 9	— 0,000 000 062

CONDUCTIBILITÉ DES MÉTAUX (*Matthiessen*)

Coefficients pour la température t en degrés C.

MÉTAUX.	COEFFICIENTS.
Argent	$c = 100 - 0{,}38278\ t + 0{,}0009848\ t^2$
Cuivre	$c = 100 - 0{,}38701\ t + 0{,}0009009\ t^2$
Or.	$c = 100 - 0{,}36745\ t + 0{,}0008443\ t^2$
Zinc.	$c = 100 - 0{,}37047\ t + 0{,}0008274\ t^2$
Cadmium	$c = 100 - 0{,}36871\ t + 0{,}0007575\ t^2$
Étain	$c = 100 - 0{,}36029\ t + 0{,}0006136\ t^2$
Plomb.	$c = 100 - 0{,}38756\ t + 0{,}0009146\ t^2$
Arsenic.	$c = 100 - 0{,}38996\ t + 0{,}0008879\ t^2$
Antimoine.	$c = 100 - 0{,}39826\ t + 0{,}0010364\ t^2$
Bismuth.	$c = 100 - 0{,}35216\ t + 0{,}0005728\ t^2$
MOYENNE	$c = 100 - 0{,}37647\ t + 0{,}0008340\ t^2$

Influence de la température sur la résistance et la conductibilité du cuivre pur. — L'augmentation de température *diminue* la conductibilité et *augmente* la résistance du cuivre. Entre 0^0 et 100^0, cette variation est d'environ 38 dix-millièmes par degré C. La table ci-contre (page 155) donne les coefficients par lesquels il faut multiplier la résistance d'un fil de cuivre pur à 0^0 pour avoir sa résistance à t degrés, entre 0^0 et 30^0, et les chiffres correspondants pour la conductibilité.

TEMPÉRATURE CENTIGRADE.	RÉSISTANCE.	CONDUCTIBILITÉ.	TEMPÉRATURE CENTIGRADE.	RÉSISTANCE.	CONDUCTIBILITÉ.
0^0	1,00000	1,00000	16	1,06168	0,94190
1	1,00381	0,99624	17	1,06563	0,93841
2	1,00756	0,99250	18	1,06959	0,93494
3	1,01135	0,98878	19	1,07356	0,93148
4	1,01515	0,98508	20	1,07742	0,92814
5	1,01896	0,98139	21	1,08164	0,92452
6	1,02280	0,97771	22	1,08553	0,92121
7	1,02663	0,97406	23	1,08954	0,91782
8	1,03048	0,97042	24	1,09356	0,91445
9	1,03435	0,96679	25	1,09763	0,91110
10	1,03822	0,96319	26	1,10161	0,90776
11	1,04199	0,95970	27	1,10567	0,90443
12	1,04599	0,95603	28	1,11972	0,90113
13	1,04990	0,95247	29	1,11382	0,89784
14	1,05406	0,94893	30	1,11782	0,89457
15	1,05774	0,94541			

Charbons à lumière. — *Charbon Carré*. — M. Lucas donne 7000 microhms à 15^0 C. avec 25 à 30 $^0/_0$ de variations en plus ou en moins.

Expériences de M. *Joubert*. — Résistance spécifique : 3927 micr. à 20^0 C.

RÉSISTANCE DES CRAYONS DE CHARBON CYLINDRIQUES PAR MÈTRE COURANT

DIAMÈTRE EN MILLIMÈTRES.	RÉSISTANCE EN OHMS.	DIAMÈTRE EN MILLIMÈTRES.	RÉSISTANCE EN OHMS.
1	50	8	0,781
2	12,5	10	0,500
3	5,55	12	0,348
4	3,125	15	0,222
5	2,000	18	0,154
6	1,390	20	0,125

La résistance *diminue* lorsque la température augmente. Entre 0^0 et 100^0 C., le coefficient de réduction est de $\frac{1}{1912}$ par degré centigrade.

Charbon de cornue. — Résistance spécifique : 66750 microhms environ.

Graphite. — Très variable ; entre 2400 et 42000 microhms.

Charbons Gauduin (Mignon et Rouart). — Résistance spécifique 8513 microhms. De 0^0 à 100^0 C., la résistance diminue de $\frac{1}{24}$.

La galvanisation des charbons dans les conditions ordinaires réduit leur résistance au tiers de sa valeur primitive.

Métalloïdes. — *Sélénium cristallisé.* Résistance spécifique à 100^0 C. : 60000 ohms.

Phosphore rouge : 132 ohms à 20^0.

Tellure : 0,213 ohm à 20^0.

Résistance spécifique de quelques liquides à 14^0 et 24^0, en ohms par centimètre cube (*Blavier*).

	14^0	24^0
Dissolution de sulfate de cuivre (8 %)	45,7	37,1
— — (28 %)	24,7	18,8
— saturée de sulfate de zinc	21,5	17,8
— d'acide sulfurique (densité = 1,10)	0,88	0,73
— — (densité = 1,70)	4,67	3,07
Acide nitrique (densité = 1,36)	1,45	1,22

Eau distillée (*Pouillet*), température inconnue	9320
Eau distillée avec $\frac{1}{20000}$ d'acide sulfurique	1550

CONDUCTIBILITÉ DES SOLUTIONS

CUIVRE PUR = 100 000 000 (*Matthiessen*)

SOLUTIONS.	TEMPÉRATURE CENTIGRADE.	CONDUCTIBILITÉ.
1° Sulfate de cuivre concentré	9^0	5,42
— avec un égal volume d'eau	—	3,47
— avec 3 volumes d'eau	—	2,08
2° Sel commun concentré	13^0	31,52
— avec un égal volume d'eau	—	23,08
— avec 2 volumes d'eau	—	17,48
— avec 3 volumes d'eau	—	13,58
3° Sulfate de zinc concentré	14^0	5,77
— avec 1 volume d'eau	—	7,13
— avec 3 volumes d'eau	—	5,43

RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE DES SOLUTIONS D'ACIDE SULFURIQUE
(*Matthiessen.*)

POIDS SPÉCIFIQUE.	PARTIES POUR 100 EN POIDS D'ACIDE SULFURIQUE.	TEMPÉRATURE CENTIGRADE.	RÉSISTANCE.
1,003	0,5	16°,1	16,01
1,018	2,2	15,2	5,47
1,053	7,9	13,7	1,884
1,080	12,0	12,8	1,368
1,147	20,8	13,6	0,960
1,190	26,4	13,0	0,871
1,215	29,6	12,3	0,830
1,225	30,9	13,6	0,862
1,252	34,3	13,5	0,874
1,277	37,3	»	0,930
1,348	45,4	17,9	0,973
1,393	50,5	14,5	1,086
1,493	60,6	13,8	1,549
1,638	73,7	14,3	2,786
1,726	81,2	16,3	4,337
1,827	92,7	14,3	5,320

RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE DE L'ACIDE AZOTIQUE (D = 1,36)
(Température en degrés C.)

2°	1,94	8°	1,65	16°	1,39	24°	1,22
4°	1,83	12°	1,50	20°	1,30	28°	1,18

RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE DES SOLUTIONS DE SULFATE DE CUIVRE A 10° C.
(*Ewing* et *Mac-Gregor*.)

DENSITÉ.	RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE.	DENSITÉ.	RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE.
1,0167	164,4	1,1386	35,0
1,0216	134,8	1,1432	34,1
1,0318	98,7	1,1679	31,7
1,0622	59,0	1,1823	30,6
1,0858	47,3	1,2051 (saturée)	29,3
1,1174	38,1		

RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE DES SOLUTIONS DE SULFATE DE ZINC A 10° C
(*Ewing* et *Mac Gregor*.)

DENSITÉ.	RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE.	DENSITÉ.	RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE.
1,0140	182,9	1,2709	28,5
1,0187	140,5	1,2891	28,3 (minimum)
1,0278	111,1	1,2895	28,5
1,0540	63,8	1,2987	28,7
1,0760	50,8	1,3288	29,2
1,1019	42,1	1,3530	31,0
1,1582	33,7	1,4053	32,1
1,1845	32,1	1,4174	33,4
1,2186	30,3	1,4220 (saturée)	33,7
1,2562	29,2		

Le tableau ci-dessus montre que la solution la plus saturée n'est pas toujours la plus conductrice. On retrouve le même phénomène avec les solutions de sel marin.

Mélange de sulfate de zinc et de sulfate de cuivre. — La résistance de ce mélange est toujours inférieure à la moyenne des résistances de chacune des solutions, souvent même elle est plus faible que la résistance offerte par la solution la moins résistante (*Ewing* et *Mac Gregor*).

RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE APPROXIMATIVE DE L'EAU ET DE LA GLACE
(*Ayrton* et *Perry*.)

TEMPÉRATURE CENTIGRADE.	RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE EN MÉGOHMS.	TEMPÉRATURE CENTIGRADE.	RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE EN MÉGOHMS.
— 12°,4	2240,0	— 0°,2	284,0
— 6,2	1023,0	+ 0,75	118,8
— 5,02	948,6	+ 2,2	24,8
— 3,5	642,8	+ 4,0	9,1
— 3,0	569,3	+ 7,75	0,54
— 2,46	484,4	+ 11,02	0,34
— 1,5	387,6		

Résistance spécifique du verre (*G. Foussereau*, 1882).

Verre ordinaire, à base de soude et de chaux. $d = 2,539$.

Température.	Résistance spécifique en millions de mégohms.
$+ 61^0,2$	0,705
$+ 20$	91,0
$- 17$	7970,0

Verre dur de Bohême. $d = 2,431$. Il est de 10 à 15 fois moins résistant que le verre ordinaire aux mêmes températures.

Cristal. $d = 2,933$. Il est de 1000 à 1500 fois plus isolant que le verre ordinaire aux mêmes températures. Sa conductibilité ne commence à se manifester qu'au-dessus de 40^0 C.

A 46^0. Rés. spécifique. . . . = 6182 millions de mégohms.
105^0. — . . . . = 11,6 —

Résistance spécifique approximative des isolants après plusieurs minutes d'électrisation (*Ayrton et Perry*).

	Résistance spécifique en mégohms.	Température centigrade.
Mica.	84×10^6	20^0
Gutta-percha.	450×10^6	24^0
Gomme-laque..	$9\ 000 \times 10^6$	28^0
Composition de Hooper.	$15\ 000 \times 10^6$	24^0
Ébonite	$28\ 000 \times 10^6$	46^0
Paraffine	$34\ 000 \times 10^6$	46^0
Verre	Pas mesurée rigoureusement, mais plus grande que les précédentes.	
Air	Pratiquement infinie.	

Résistance spécifique de la gutta-percha. — Varie de 1 à 20 suivant la qualité et le degré d'épuration. Elle dépend, pour un même échantillon, de la température, de la durée d'électrisation et de la pression extérieure.

Pour certains échantillons à 24^0 C. la rés. spécifique $= 25 \times 10^{12}$ ohms.

Pour la meilleure qualité à 24^0 C. la rés. spécifique $= 500 \times 10^{12}$ ohms.

On exige en général des fabricants $= 200 \times 10^{12}$ ohms. Ce chiffre est le plus souvent dépassé de beaucoup dans une bonne fabrication.

Influence de la température (Formule empirique de *Clark* et *Bright*)

$$R = R_0 a^t.$$

R. Résistance spécifique à la température t.

R_0 Résistance spécifique à la température 0° C.

a. Coefficient dont la valeur moyenne est : 0,8944.

Influence de la durée d'électrisation. — La rés. spécifique augmente avec la durée du courant qui traverse la gutta : la variation est d'autant plus faible que la température est plus élevée. Le tableau suivant montre l'influence de ces deux facteurs.

MINUTES D'ÉLECTRISATION.	RÉSISTANCE A 0°.	RÉSISTANCE A 24°.	MINUTES D'ÉLECTRISATION.	RÉSISTANCE A 0°.	RÉSISTANCE A 24°.
1	100,0	5,51	20	230,8	7,38
2	127,9	6,00	30	250,6	7,44
5	163,1	6,66	60	290,4	7,60
10	190,9	6,94	90	318,3	7,66

Dans les essais de câbles, on adopte généralement *une minute* comme durée d'électrisation.

Influence de la pression. — La pression augmente l'isolement d'après la formule empirique suivante :

$$R_p = R\,(1 + 0{,}00327\,p).$$

R_p. Résistance spécifique à la pression p.

R. Résistance spécifique à la pression atmosphérique.

p. Pression en kilogrammes par centimètre carré ou en atmosphères.

A 4000 mètres de profondeur, la rés. spécifique est plus que doublée. Le coefficient varie avec la qualité et augmente avec le séjour de la gutta-percha dans l'eau.

Résistance spécifique du caoutchouc. — On a employé quelquefois pour les câbles le caoutchouc vulcanisé ou composition Hooper. Sa résistance est plus grande que celle de la gutta-percha et moins variable avec la température, mais le caoutchouc attaque le cuivre, qui doit être étamé. Il faut aussi appliquer l'isolant, non plus à l'état pâteux comme pour la gutta-percha, mais par bandes soudées, ce qui complique la fabrication.

Résistance spécifique à 0°. . . . . $= 32\,000 \times 10^{12}$ ohms.

— à 24° . . . . $= 7\,500 \times 10^{12}$ —

CONDUCTEURS

Nature des conducteurs. — Le *cuivre* est le métal le plus employé dans les applications de l'électricité : c'est lui qui compose presque exclusivement les bobines des appareils électriques de toute nature et de toute puissance, l'âme des câbles souterrains et sous-marins, les conducteurs de lumière électrique et d'installations domestiques, etc., etc.

Le *fer* est surtout employé pour les lignes télégraphiques aériennes : l'*acier*, le *bronze phosphoreux* et le *bronze silicieux* pour les conducteurs téléphoniques aériens.

A côté de ces métaux et alliages d'un emploi courant, on fait aussi quelquefois usage des métaux suivants à cause des qualités qui leur sont propres et précieuses pour satisfaire à un besoin donné :

Argent. — Pour appareils sensibles et de haute conductibilité.

Maillechort. — Pour des résistances peu sensibles aux variations de température.

Alliage de platine et d'argent. — Mêmes raisons.

Platine. — A cause de son inoxydabilité ou de sa grande résistance, et de son point de fusion élevé.

Mercure. — Pour établir des étalons de résistance, à cause de son homogénéité après purification.

Aluminium. — Pour certaines bobines mobiles. Présente l'avantage d'être le plus conducteur de tous les métaux à poids égal par unité de longueur.

Conducteurs nus. — Les fils de cuivre nus ont de 4 centièmes à 5 millimètres de diamètre. Pour des sections plus grandes, on préfère des torsades de fil plus petit. On les emploie quelquefois aussi sous forme de rubans ou de prismes dont la section est un segment de cercle.

Fils recouverts. — Les fils nus sont peu employés dans les appareils : on les recouvre en général d'un isolant. Cet isolant est le plus souvent une couche de coton ou de soie, simple ou double, imbibée, après enroulement, de paraffine, d'arcanson ou d'un vernis isolant spécial (voy. la 5e partie). Dans les machines, les fils sont recouverts de bitume de Judée ou de gomme laque. Enfin, comme conducteurs de transmission (télégraphie, téléphonie, lumière, force, etc.) ils sont recouverts, pendant la fabrication, d'un isolant plus ou moins complexe ; ils prennent alors le nom de *câbles*.

Les câbles sont *armés* ou non *armés*, suivant qu'ils sont recouverts ou non d'une *armature* en fils de fer ou d'acier destinée à les protéger et leur donner la solidité nécessaire pour résister aux efforts de traction auxquels ils sont soumis, particulièrement dans les câbles sous-marins.

DIAMÈTRES DES FILS CONDUCTEURS

Jauges. — Les fils employés en électricité sont souvent désignés par un numéro d'une jauge déterminée. En France, on a fait usage jusqu'ici de la jauge décimale pour les fils de gros diamètre et de la *jauge Carcasse* pour les fils fins, et de la jauge de Limoges pour les fils de fer.

En Angleterre, on se sert le plus souvent de la *jauge de Birmingham*, qu'on désigne par les lettres B. W. G. : *Birmingham wire gauge.* En Amérique on a la *jauge Américaine*, dans l'Inde, la *jauge de l'Inde*, etc.

Le numérotage des fils doit disparaître complètement et faire place à une désignation plus rationnelle et plus précise : le *diamètre* exprimé en millimètres ou en centièmes de millimètre. Le numérotage ne crée que confusion et embarras, car tous les auteurs ne sont pas d'accord sur le vrai diamètre d'un fil d'un numéro donné; cette confusion est surtout très grande en Angleterre, où il n'existe pas moins de *quatorze* jauges de Birmingham différentes.

Nous donnerons ici, *à titre de renseignement*, les valeurs *les plus probables*, des diamètres des fils de la jauge carcasse et de la jauge de Birmingham en millimètres. Pour éviter toute confusion, lorsque, par exception, nous indiquerons le numéro d'un fil, nous ferons toujours suivre ce numéro du diamètre réel exprimé en millimètres. La tendance actuelle est d'ailleurs de supprimer toutes les jauges.

JAUGE DE BIRMINGHAM. — B. W. G. (*Hotzapffel*)

NUMÉRO DE LA B. W. G.	DIAMÈTRE EN MILLIMÈTRES.	NUMÉRO DE LA B. W. G.	DIAMÈTRE EN MILLIMÈTRES.	NUMÉRO DE LA B. W. G.	DIAMÈTRE EN MILLIMÈTRES.
0000	11,531	11	3,048	25	0,508
000	10,795	12	2,769	26	0,457
00	9,652	13	2,413	27	0,406
0	8,636	14	2,108	28	0,356
1	7,620	15	1,829	29	0,330
2	7,213	16	1,651	30	0,305
3	6,579	17	1,473	31	0,254
4	6,045	18	1,245	32	0,229
5	5,588	19	1,067	33	0,203
6	5,154	20	0,889	34	0,178
7	4,572	21	0,813	35	0,127
8	4,191	22	0,711	36	0,102
9	3,759	23	0,635		
10	3,404	24	0,559		

JAUGE CARCASSE OU DU COMMERCE

DIAMÈTRES APPROXIMATIFS EN CENTIÈMES DE MILLIMÈTRE

NUMÉRO.	DIAMÈTRE.	NUMÉRO.	DIAMÈTRE.	NUMÉRO.	DIAMÈTRE.
P	50	24	29	38	11
12	47	26	26	40	10
14	44	28	22	42	9
16	40	30	20	44	8
18	37	32	17	46	7
20	34	34	14	48	6
22	32	36	12	50	5

Cuivre. — Poids spécifique : 8,878.

Charge de rupture : 26,7 kg. par millimètre carré.

Poids par kilomètre : 6,973 d^2 kilogrammes (d diamètre en mm.).

Diamètre d'un fil pesant n kilog. par kilomètre $= \sqrt{n \times 0{,}1434}$.

Résistance par kilomètre d'un fil de cuivre pur à $15^0 = \dfrac{21{,}84}{d^2}$.

Un fil de cuivre pur pesant 1 kilog. par kilomètre a une résistance de :

143,85 ohms à 0^0 C. 152,50 ohms à $15^0{,}5$ C.

Un fil de cuivre pur pesant n grammes et présentant une longueur de l mètres a une résistance de :

$$\frac{0{,}144 \times l^2}{n} \text{ ohms à } 0^0 \text{ C.}$$

$$\frac{0{,}1525 \times l^2}{n} \text{ ohms à } 15^0{,}5 \text{ C.}$$

La rés. augmente de 0,388 % par degré C. ou de 0,215 % par degré Fahrenheit.

Un fil de cuivre pur pesant un kilogramme par mille nautique ou *nœud* (1852 mètres) a, à 24^0 C., une résistance de 540,8 ohms.

Un fil de cuivre pur pesant un kilogramme par mille nautique a, à 24^0 C., une résistance de 291,54 ohms par kilomètre.

La résistance d'un fil de cuivre du commerce de conductibilité c (celle du cuivre pur étant égale à 1) est donnée par la formule :

$$R_c = R_p \times \frac{1}{c}$$

R_c étant la rés. du fil du commerce et R_p celle du cuivre pur de mêmes dimensions à 0^0 C.

RÉSISTANCE DES FILS DE CUIVRE PUR RECUIT A 0° C.

(Densité = 8,9.)

NUMÉRO à la jauge décimale.	DIAMÈTRE en millimètres.	POIDS par mètre en grammes.	LONGUEUR en mètres par kilogramme (fil nu).	RÉSISTANCES DU FIL PUR RECUIT A 0° C.		
				Ohms par kilomètre.	Mètres par ohm.	Ohms par kilogramme.
»	5,0	175,00	5,7	0,8	1230,50	0,00456
20	4,4	135,28	7,4	1,06	944,38	0,00784
19	3,9	106,35	9,5	1,35	722,00	0,0128
18	3,4	80,80	12,5	1,80	563,92	0,0222
17	3,0	62,93	16,0	2,3	439,07	0,0365
16	2,7	51,00	19,8	2,8	355,65	0,0557
15	2,4	40,23	25	3,6	281,00	0,0880
14	2,2	33,82	29	4,2	236,08	0,123
13	2,0	27,95	36	5,1	195,15	0,185
12	1,8	22,70	44	6,3	158,08	0,278
11	1,6	17,89	56	8,0	124,90	0,448
10	1,5	15,75	63	9,1	109,75	0,574
9	1,4	13,70	73	10,5	95,651	0,763
8	1,3	11,84	85	12,0	82,420	1,03
7	1,2	10,06	100	14,0	70,247	1,42
6	1,1	8,47	119	17,0	59,024	2,02
5	1,0	6,99	144	20,0	48,782	2,95
4	0,9	5,66	178	25,0	39,515	4,19
3	0,8	4,47	225	32,0	31,225	7,21
2	0,7	2,83	294	42,0	23,900	12,30
1	0,6	2,52	400	57,0	17,560	22,78
P	0,5	1,74	576	81,0	12,305	46,81
»	0,40	1,1750	902	122,4	8,173	110,41
»	0,34	0,8080	1251	177,9	5,622	222,55
»	0,30	0,7181	1607	228,5	4,377	367,20
»	0,24	0,4026	2508	357,0	2,801	895,36
»	0,20	0,2797	3614	514,0	1,945	1857,60
»	0,16	0,1790	5590	803,1	1,245	4 489
»	0,12	0,1007	9929	1428,0	0,700	14 179
»	0,10	0,0699	14369	2056,0	0,486	29 549
»	0,08	0,0447	24570	3213,0	0,311	78 943
»	0,06	0,0252	39824	5713,0	0,173	227 515
	0,04	0,0112	88878	12848,0	0,078	1 142 405

Fil de cuivre de 1 millimètre de diamètre.

Section	0,7854	millimètre carré.
Poids du mètre	6,99	grammes.
Résistance du cuivre recuit à 0^0 (pur)	0,02057	ohm.
— étiré à 0^0 (pur). . .	0,02104	—
— recuit à 15^0 (pur). .	0,021767	—
— étiré à 15^0 (pur). .	0,022263	—
Recuit, à 15^0 (conductibilité = 0,90)	0,024185	—
Étiré, à 15^0 (conductibilité = 0,90).	0,024707	—
Nombre de mètres par kilogramme	144	mètres.
Résistance par kgr. de fil de cuivre pur à 0^0. .	2,95	ohms.
Poids par kilomètre.	6,973	kilogrammes.

Poids approché de la couverture de soie des fils par kilogramme (*Culley*) :

Diamètre du fil nu.	Nombre de mètres par kilogramme.	Poids de la soie en grammes.
1,6	57	
		34
1,0	140	
		51
0,66	328	
		68
0,35	1140	
		102
0,22	3000	
		136
0,18	4500	
		187
0,13	8800	

Fer. — Poids spécifique : 7,79.

Charge de rupture : 40 kilog. par millimètre carré (recuit).

Charge de rupture : 60 kilog. par millimètre carré (non recuit).

Poids moyen du fil de 4 mm. de diamètre : 100 kilog. par kilomètre.

Résistance électrique à 0^0 : 9 ohms par kilomètre.

Pour un fil de diamètre d : $R = \frac{144}{d^2}$ ohms par kilomètre.

Augmentation de résistance avec la température : 0,0063 par degré C.

Résistance des fils d'acier = 1,28 celle du fer galvanisé.

Fils galvanisés. — *Spécifications de l'administration française des télégraphes.*

Fil recuit, fondu et affiné au bois et à l'air froid. Le fil de 5 mill. doit soulever ou supporter un poids de 650 kilog., le fil de 4 de 440, celui de 3 de 250. L'allongement permanent ne doit pas dépasser, sous cette traction, 6 pour 100 de la longueur.

Le fil doit pouvoir, sans se rompre ni dépasser la limite d'allongement, être enroulé sur un cylindre et soumis à une tension de 500 kilog. pour le fil de 5 mm., 350 pour le fil de 4mm., 200 pour le fil de 3 mm. Il doit pouvoir être plié, dans un étau, à angle droit, sans se rompre, alternativement dans un sens et dans l'autre, 3 fois pour le fil de 5 mm., 4 fois pour le fil de 4 mm., 5 fois pour celui de 3 mm.

Pour essayer la galvanisation, le fil doit supporter sans que le fer soit mis à nu, même partiellement, quatre immersions successives, d'une minute chacune, dans une dissolution de sulfate de cuivre faite dans cinq fois son poids d'eau.

Le fil doit pouvoir s'enrouler sur un cylindre de $0^m,01$ de diamètre, sans que la couche de zinc se fendille ou se détache. Le fil ne doit pas être taché de rouille.

Les essais portent sur cinq couronnes par 100; et toute la fourniture est rejetée si le dixième du fil essayé ne satisfait pas aux conditions.

Le fil de 5 mm. est livré par pièces de 25 kilog. (soit 160 mètres); celui de 4 mm. par pièces de 25 kilog. (soit 250 mètres); le fil de 3 par pièces de 15 kilog. (270 mètres).

Le poids du zinc dans le fer bien galvanisé est de 170 gr. par mètre carré, soit 2 kilog. par kilomètre de fil de 4 mm.

Bronze phosphoreux (*Lazare Weiller*). — Alliage de cuivre et d'étain dans lequel le phosphore ne joue qu'un rôle transitoire pendant la fabrication. Appliqué aux lignes télégraphiques et téléphoniques. On l'emploie en fils de 0,8 à 1,1 millim. de diamètre, dont le poids kilométrique varie de 4,5 à 8 kilog. Les portées peuvent atteindre 400 et 500 mètres.

PROPRIÉTÉS DU BRONZE PHOSPHOREUX ET DU BRONZE SILICIEUX

PROPRIÉTÉS.	BRONZE	
	PHOSPHOREUX.	SILICIEUX.
Résistance à la rupture en kilogrammes par millimètre carré	90,0	70,0
Résistance à la rupture d'un fil d'un millimètre de diamètre.	70,2	55,6
Rés. en ohms au kilomètre (fil de 1 mm.).	60,0	34,0
Conductibilité (cuivre pur = 100) . . .	30,0	61,0 [1]
Poids du kilomètre en kg. (fil de 1 mm.).	6,63	6,63

[1] On peut augmenter la conductibilité du bronze silicieux en diminuant sa résistance à la rupture. Ainsi, un fil dont la résistance de rupture est de 53 kg. par millimètre carré atteint une conductibilité de 88 %.

Bronze silicieux (*Lazare Weiller*). — Analogue au bronze phosphoreux, le silicium remplaçant le phosphore, mais plus conducteur et plus tenace. Suivant les applications qu'on a en vue, on peut donner au bronze silicieux les qualités de grande conductibilité ou de grande résistance mécanique

1° FILS DE BRONZE SILICIEUX TÉLÉGRAPHIQUES.

a	Conductibilité.	97 à 99 %	Résistance à la rupture.	45	kg. par mm².
b	—	80 à 90	—	55 à 58	—

2° FILS DE BRONZE SILICIEUX TÉLÉPHONIQUES.

a	—	42 %	—	80 à 85	—
b	—	21 %	—	110 à 115	—

Le poids par kil. est égal à 7 d^2 kg., d étant le diam. du fil en mm.

Conducteurs industriels. — Ils doivent présenter la plus grande conductibilité possible et les plus grandes facilités de refroidissement. Le meilleur isolant serait l'air, puis le caoutchouc vulcanisé, qui est assez diathermane et peut être porté jusqu'à 100° C. sans accident. La gutta-percha est inférieure au caoutchouc, elle se ramollit en chauffant et permet aux conducteurs de venir en contact. Les fils sous plomb restent bien secs et sont moins exposés aux accidents, mais ils se refroidissent difficilement. La couche isolante doit être aussi mince que possible pour faciliter le refroidissement ; un défaut d'isolement des fils plongés sous l'eau produit de l'instabilité dans la lumière par suite du dégagement des gaz dus à la décomposition de l'eau. Il est prudent d'essayer chaque jour la conductibilité des conducteurs et leur isolement.

Conducteurs pour lumière électrique et transmission de force. — A Londres, la *India Rubber, Gutta-Percha and Telegraph Works Company*, a établi une série de conducteurs spéciaux isolés au caoutchouc, dont voici quelques types :

NOMBRE DE FILS.	DIAMÈTRE DE CHAQUE FIL EN MILLIMÈTRES.	RÉSISTANCE EN OHMS PAR KILOMÈTRE A 15°,5 C.	NOMBRE DE FILS.	DIAMÈTRE DE CHAQUE FIL EN MILLIMÈTRES.	RÉSISTANCE EN OHMS PAR KILOMÈTRE A 15°,5 C.
7	0,9	3,93	12	1,6	0,72
7	1,2	2,07	14	1,6	0,60
7	1,6	1,21	19	1,6	0,43
7	1,8	0,95	19	1,8	0,35

Ces conducteurs sont établis avec trois classes d'isolements différents, définis chacun par l'isolement en mégohms par 1000 yards (910 mètres) à la temp. de 15°,5 C.

DÉSIGNATION DES ISOLEMENTS.	SANS PLOMB.	SOUS PLOMB.
	mégohms.	mégohms.
Classe A. — Isolement léger pour conducteurs exposés à l'air	0,5	3
Classe B. — Isolement moyen pour câbles placés dans des lieux secs. .	10,0	15
Classe C. — Grand isolement, pour lieux humides, tunnels, etc. . . .	100,0	150

Essai mécanique des isolants (*Sabine*). — Un conducteur recouvert de son isolant doit supporter plusieurs flexions successives sans se fendiller, l'élasticité de l'isolant doit être celle d'un ressort ou d'un jonc, mais non celle d'un mastic ou d'une pâte. On détache une longueur de deux à trois pieds en fendant longitudinalement l'isolant avec un canif et on retire le conducteur. L'isolant attaché par un bout doit supporter par l'autre un certain poids déterminé. Le caoutchouc pour 2 pieds de longueur (61 cm.) se brise avec un poids égal à 300 fois son propre poids. La gutta-percha supporte beaucoup plus. L'isolant détaché du conducteur et placé sur une enclume ne doit pas se briser lorsqu'on le frappe avec un marteau. Le bon caoutchouc reprend immédiatement sa forme, la gutta-percha met un temps plus long. Vieux l'un et l'autre, ils éclatent et s'émiettent sous le marteau. Les isolants qui s'écaillent ou se fendillent sous le choc doivent être rejetés, car un choc accidentel pourrait produire les mêmes effets nuisibles et compromettre l'isolement des conducteurs.

Capacités inductives spécifiques (*Fleeming-Jenkin*) :

Air	1,00	Paraffine.	1,98
Résine.	1,77	Caoutchouc pur	2,80
Poix.	1,80	Composition de Hooper.. . . .	3,10
Cire jaune	1,86	Gutta-percha de W. Smith . . .	3,40
Verre	1,90	Gutta-percha.	4,20
Soufre.	1,93	Mica.	5,00
Gomme-laque.	1,95		

Capacités des condensateurs de formes ordinaires en unités électrostatiques.

Dans ces formules, r désigne un rayon ; k la capacité diélectrique de l'isolant par rapport à l'air ; C la capacité du condensateur. Les dimensions sont exprimées en centimètres.

Sphère : $$C = r.$$

Deux sphères concentriques, de rayons r et r' : $C = k \frac{rr'}{r' - r}$.

Cylindre de longueur l : $$C = \frac{l}{2 \log_e \frac{l}{r}}.$$

Deux cylindres concentriques de longueur l; r', rayon du cylindre extérieur ; r, rayon du cylindre intérieur :

$$C = k \frac{l}{2 \log_e r'}.$$

Disque circulaire de rayon r et d'épaisseur négligeable :

$$C = \frac{2r}{\pi}.$$

Deux disques circulaires parallèles de rayon r, de surface S, épaisseur du diélectrique b :

$$C = k \frac{r^2}{4b} = k \frac{S}{4\pi b}.$$

(Cette dernière formule s'applique à des disques parallèles de forme quelconque, pourvu que leurs dimensions soient grandes par rapport à leur distance b.)

On réduit en *microfarads* en divisant par 900 000 les nombres fournis par les formules précédentes.

AIMANTS

Puissance des aimants. — On l'apprécie par la force portante. Le plus puissant aimant connu est un aimant feuilleté de M. Jamin, qui pèse 50 kilogrammes et en porte 500 ; un autre de même forme et pesant 6 kilogrammes en porte 80, soit 13,5 fois son poids. Certains petits aimants portent jusqu'à 25 fois leur poids. Un aimant en fer à cheval porte un poids trois ou quatre fois plus grand qu'un barreau droit de même masse.

Règle de Bernouilli. — Soit w le poids d'un aimant, le poids qu'il peut porter p est donné par la formule :

$$v = a \sqrt[3]{w};$$